

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5
ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ.

Мета роботи – дослідження перехідних процесів в лінійних електричних колах з одним та двома накопичувачами енергії, визначення впливу параметрів досліджуваного кола на характер перехідного процесу.

3.1. Основні теоретичні відомості

Разом із усталеними режимами роботи в лінійних електричних колах мають місце електромагнітні перехідні процеси, які виникають в цих колах під час переходу від одного усталеного режиму до іншого.

Перехідні процеси в електричних колах виникають під час розмикання або замикання кола, а також в результаті зміни одного або декількох параметрів. Миттєва зміна стану електричного кола, яка спричинила перехідний процес – зміну режиму роботи кола, називається комутацією.

Перехідні процеси тривають певний час. Вони не є миттєвими, оскільки в усталеному режимі елементи кола містять певний запас енергії електричного та магнітного полів. Тому в електричних колах струми та напруги не можуть миттєво змінюватись. Якщо знехтувати електричним або магнітним полем на тій чи іншій ділянці електричного кола, то можна вважати, що струм та напруга на цій ділянці змінюються миттєво. У відповідності з першим законом комутації електричних кіл струм в котушці індуктивності не може змінюватись миттєво. Однак, якщо знехтувати електричною ємністю, то можна вважати, що напруга на кінцях

катушки може змінюватись миттєво. У відповідності з другим законом комутації напруга на обкладинках конденсатора не може змінюватись миттєво. Однак, якщо знехтувати індуктивністю конденсаторів, то теоретично можлива миттєва зміна струму.

Перехідні процеси в лінійних електричних колах описуються лінійними диференціальними рівняннями, складеними за першим та другим законами Кірхгофа, що зводяться до одного рівняння для будь-якого струму або напруги в колі.

Рішення неоднорідного диференційного рівняння класичним методом складається з суми часткового рішення даного неоднорідного рівняння та його загального рішення, коли вільний член дорівнює нулю, тобто однорідного диференційного рівняння. Рішення однорідного рівняння без вільного члена описує процеси в електричному колі за відсутності зовнішніх джерел живлення, тобто процеси, що виникають під дією енергії, що накопичена в електричному та магнітному полях елементів.

В реальних електричних колах енергія розсіюється, в результаті чого запас накопиченої на відповідних елементах кола енергії з часом буде вичерпано і, тому, через певний час усі електромагнітні процеси в колі завершаться. З урахуванням вище наведеного можна стверджувати, що вільні складові струму i'' та напруги u'' , які є загальним рішенням однорідного диференційного рівняння, наближаються до нуля.

Частковим рішенням неоднорідного диференційного рівняння є вимушені або усталені складові струму i' та напруги u' , які мають місце в усталеному режимі, тобто після завершення перехідного процесу.

Перехідний процес в електричному колі можна подати як суму вимушеної та вільної складових:

$$u = u' + u'', \quad i = i' + i''.$$

Під час інтегрування диференціальних рівнянь виникають сталі інтегрування, кількість яких визначається порядком відповідного рівняння. Сталі інтегрування визначаються з початкових умов, які характеризують стан електричного кола в певний момент часу. Кількість початкових умов дорівнює кількості сталих інтегрування.

Розглянемо перехідний процес в RL колі (рис.5.1), якщо його підключити до джерела постійної напруги. В разі замикання ключа

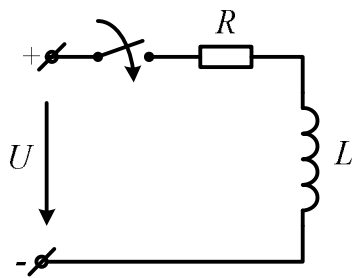


Рис.5.1

перехідний процес описується диференціальним рівнянням, складеним за другим законом Кірхгофа

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = U.$$

Даному диференціальному рівнянню відповідає алгебраїчне

$$R + Lp = 0,$$

де $p = -\frac{R}{L}$ - корень характеристичного рівняння.

Тоді вільна складова струму перехідного процесу має вигляд:

$$i''(t) = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{R}{L}t}.$$

Оскільки дане коло підключено до джерела постійної напруги, то вимушена складова струму в перехідному режимі дорівнює його усталеному значенню:

$$i = \frac{U}{R}.$$

Тоді струм перехідного режиму дорівнює

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t}.$$

Стала інтегрування A визначається з початкових умов. Оскільки струм в колі з індуктивністю стрибком змінитися не може, то в початковий момент часу ($t=0$) струм в колі відсутній: $i(0) = \frac{U}{R} + A = 0$. Звідки

$A = -\frac{U}{R}$. Тоді вільна складова дорівнює $i''(t) = -\frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$. Остаточний вираз

для струму перехідного процесу набуває вигляду:

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

де $\tau = \frac{L}{R}$ - стала часу електричного кола, яка дорівнює проміжку

часу, по закінченню якого вільна складова струму змінюється в e раз по відношенню до свого вихідного значення.

Напруга на індуктивності перехідного процесу визначається з рівняння:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d \left[\frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right]}{dt} = L \cdot \frac{U}{R\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = U e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

На рис.5.2 подано часові залежності струму та напруги на індуктивності в перехідному режимі. Під час перехідного процесу струм в колі збільшується від нуля, асимптотично наближуючись до свого усталеного значення $\frac{U}{R}$, а напруга на індуктивності, яка дорівнює U , коли

$t=0$, спадає, асимптотично наближуючись до нуля. Стала часу може бути визначена графічно, як довжина піддотичної, що проведена в будь-якій точці до кривої, що відповідає показовій функції часу, що розглядається.

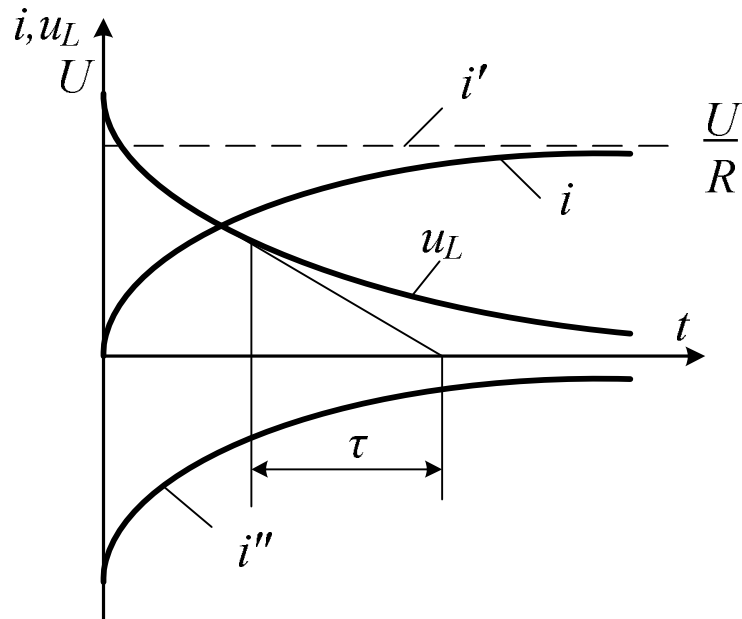


Рис.5.2

Якщо RL коло, підключене до джерела постійної напруги, замкнуті накоротко, то в колі виникне перехідний процес, обумовлений запасом енергії в магнітному полі котушки індуктивності L . Він буде характеризуватись тільки вільною складовою струму, вимушена складова відсутня ($i' = 0$). В цьому випадку рівняння перехідного процесу має вигляд:

$$i(t) = i''(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Сталу інтегрування визначають з умови, що до короткого замикання струм в колі дорівнював

$$i(0) = I = \frac{U}{R} = A.$$

З урахуванням наведеного струм перехідного процесу

$$i(t) = i''(t) = \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

З часової залежності струму в перехідному процесі (рис.5.3) випливає, що струм в електричному колі зменшується за експоненціальним законом від значення $\frac{U}{R}$ в момент короткого замикання до нуля.

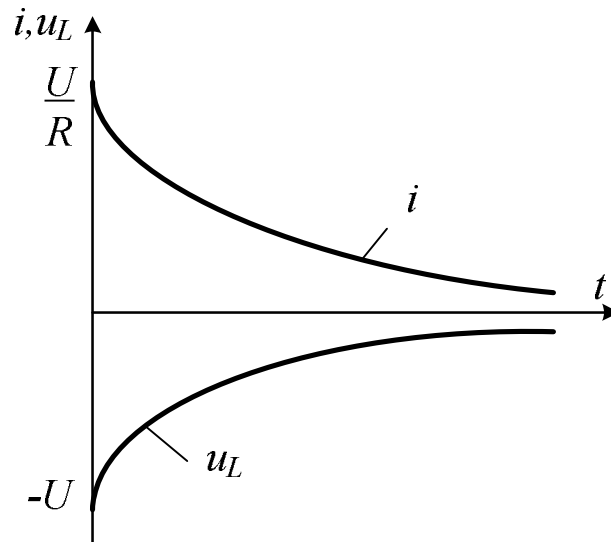


Рис.5.3

Аналогічно змінюється в даному колі і напруга на індуктивності

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{d\left[\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}{dt} = -L \cdot \frac{U}{R\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -U e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Розглянемо перехідний процес в RC колі (рис.5.4), в разі його

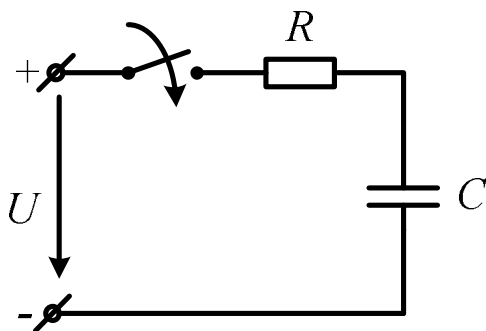


Рис.5.4

підключення до джерела постійної напруги. Будемо вважати, що до моменту включення конденсатор був розряджений. Виходячи із рівняння електричної рівноваги для миттєвих значень, складеного

за другим законом Кірхгофа, коли $t \geq 0$, будемо мати

$$Ri + u_C = U.$$

Струм в даному колі визначається через ємність конденсатора C та зміну напруги на його обкладинках: $i = C \frac{du_C}{dt}$. Тоді диференціальне рівняння кола буде мати такий вигляд

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U.$$

Даному диференційному рівнянню відповідає характеристичне

$$RCp + 1 = 0,$$

де $p = -\frac{1}{RC}$ - корень характеристичного рівняння.

Рішення однорідного диференційного рівняння дає вільну складову напруги на конденсаторі перехідного процесу $u_C''(t) = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$. В усталеному режимі струм в колі відсутній $i(t) = 0$, тому $u_C'(t) = U$. Напруга на конденсаторі під час перехідного процесу

$$u_C(t) = u_C'(t) + u_C''(t) = U + Ae^{-\frac{t}{RC}}.$$

Стала інтегрування A визначається з початкових умов. До замикання ключа конденсатор був розряджений і напруга на його обкладинках дорівнювала нулю $u_C(0) = 0$. Тоді $u_C(0) = U + A = 0$, звідки $A = -U$ та $u_C''(t) = -Ue^{-\frac{t}{RC}}$. Таким чином, часова залежність напруги на обкладках конденсатора під час перехідного процесу визначається рівнянням

$$u_C(t) = u_C'(t) + u_C''(t) = U - Ue^{-\frac{t}{RC}} = U \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

де $\tau = RC$ - стала часу електричного кола, яка дорівнює часу, через який напруга в колі змінюється в e раз по відношенню до свого вихідного значення. Струм в колі під час перехідного процесу

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d(u'_C + u''_C)}{dt} = 0 + \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Аналіз часових залежностей напруги на конденсаторі та струму в RC колі під час перехідного процесу (рис.5.5) показує, що з часом напруга на конденсаторі зростає, наближаючись до свого усталеного значення U , а струм зменшується від значення $\frac{U}{R}$ до нуля. В такому випадку напруга на конденсаторі та струм в колі змінюються тим швидше, чим менша стала часу.

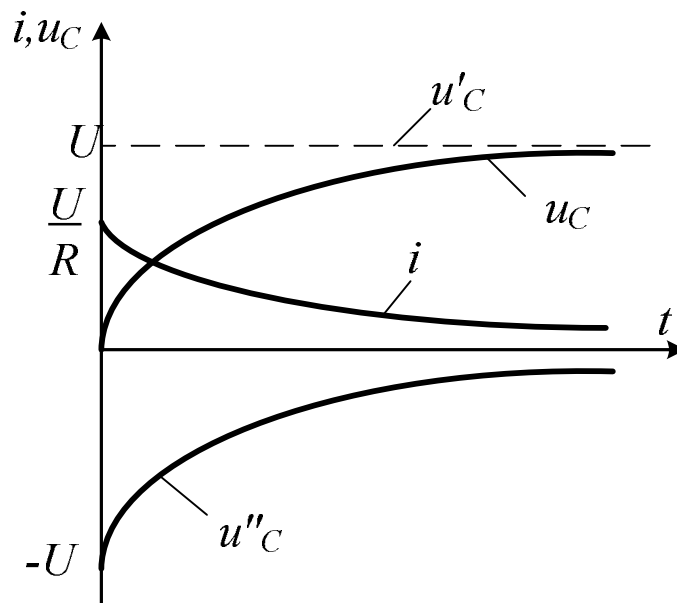


Рис.5.5

Якщо RC коло, яке знаходилось під дією постійної напруги, замкнути накоротко, то електромагнітні процеси в ньому будуть спричинені енергією, накопиченою в електричному полі конденсатора. Ця

енергія, що дорівнює $\frac{1}{2}CU^2$, під час перехідного процесу перетворюється на тепло, яке розсіюється в резисторі R. Усталені значення струму в RC колі та напруги на обкладках конденсатора будуть дорівнювати нулю: $i'(t) = 0$, $u'_C(t) = 0$, а відповідні вільні складові будуть такими:

$$i''(t) = -\frac{A}{R}e^{-\frac{t}{RC}}, \quad u''_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}.$$

Струм в колі та напруга на конденсаторі в перехідному режимі в результаті короткого замикання описуються рівняннями:

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = -\frac{A}{R}e^{-\frac{t}{RC}}, \quad u_C(t) = u'_C(t) + u''_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}.$$

Стала інтегрування визначається з початкових умов. Оскільки до комутації конденсатор був заряджений до напруги U , то $u_C(0) = U = A$. Остаточно маємо перехідні значення струму та напруги на конденсаторі:

$$i(t) = -\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad u_C(t) = Ue^{-\frac{t}{RC}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}}.$$

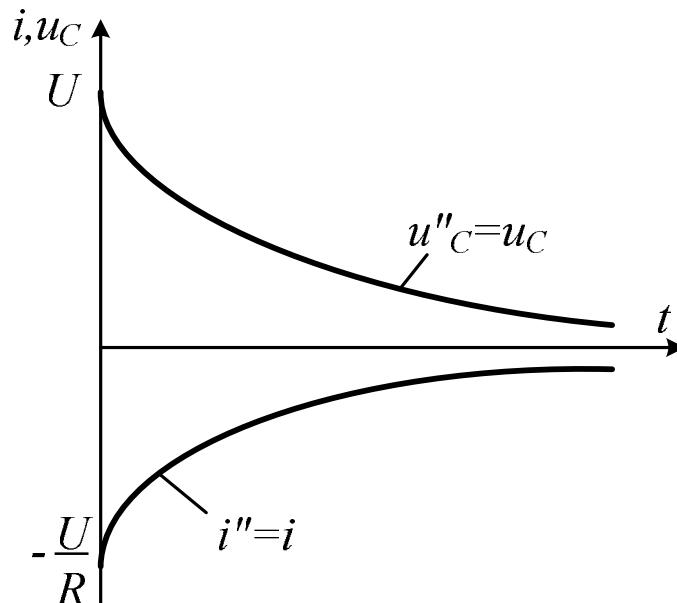


Рис.5.6

Часові залежності для струму та напруги на конденсаторі під час перехідного процесу подано на рис.5.6, з якого видно, що напруга та струм в разі короткого замикання RC кола спадають за експоненціальним законом у відповідності із сталою часу $\tau = RC$.

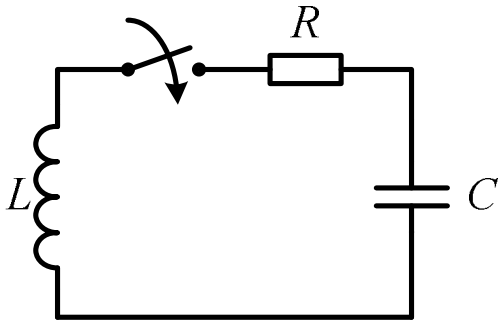


Рис.5.7

Розглянемо процес розряду конденсатора в колі на рис.5.7. Будемо вважати, що до замикання ключа конденсатор був заряджений до напруги U . Рівняння електричної рівноваги заданого кола, складене за другим законом Кірхгофа, коли $t > 0$, має вигляд

$$iR + u_L + u_C = 0.$$

Враховуючи, що напруга на котушці індуктивності залежить від індуктивності котушки L та зміни струму в колі $u_L = L \frac{di}{dt}$, а струм в колі визначається через ємність C та зміну напруги на обкладках конденсатора $i = C \frac{du_C}{dt}$, рівняння електричної рівноваги матиме вигляд

$$RC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

або

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0.$$

Даному диференційному рівнянню відповідає характеристичне

$$p^2 + \frac{R}{L} p + 1 = 0.$$

Рішення однорідного диференційного рівняння дає вільну складову напруги на конденсаторі перехідного процесу, вигляд якої залежить від коренів характеристичного рівняння:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2},$$

де $\alpha = \frac{R}{2L}$ - коефіцієнт згасання; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ - кутова частота вільних

коливань.

1. Корені є дійсними та різними.

Вільна складова напруги u_C дає аперіодичний перехідний процес (рис.5.8), що описується рівнянням

$$u_{C\text{вільн}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

а вільна складова струму описується так

$$i_{\text{вільн}} = C \frac{du_C}{dt} = C(p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t}).$$

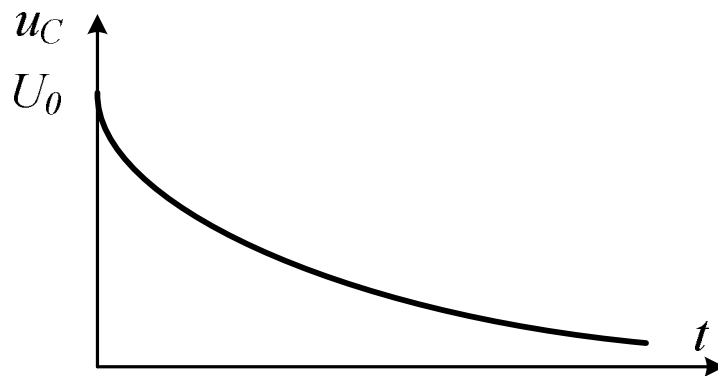


Рис.5.8

Сталі інтегрування A_1 і A_2 визначаються з початкових умов: $u_C(-0) = u_C(+0) = U$, $i(-0) = i(+0) = 0$. Розв'язуючи систему рівнянь

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = U \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0 \end{cases}$$

відносно невідомих, отримують сталі інтегрування

$$A_1 = \frac{Up_2}{p_2 - p_1}, \quad A_2 = \frac{Up_1}{p_1 - p_2}$$

2. Корені є дійсним та однаковими.

Вільна складова напруги u_C дає граничний аперіодичний перехідний процес

$$u_{C\text{вільн}} = U(1 + \alpha t)e^{-\alpha t}.$$

3. Корені характеристичного рівняння є комплексно-спряженими

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}.$$

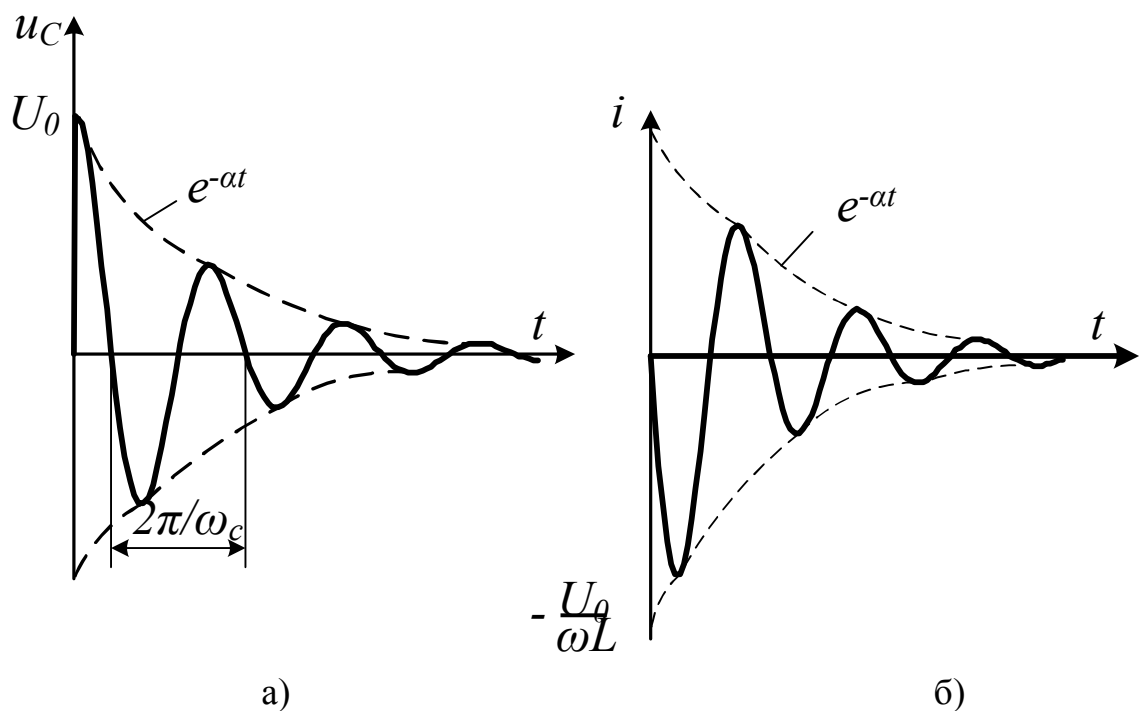


Рис.5.9

Вільна складова напруги u_C описує коливальний перехідний процес (рис.5.9,а)

$$u_{C\text{вільн}} = U \frac{\omega_0}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \psi) e^{-\alpha t},$$

де $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$.

За аналогічним законом змінюється струм в колі (рис.5.9,б)

$$i = -\frac{U}{\omega_0 L} \sin \omega_c t \cdot e^{-\alpha t}.$$

В такому випадку напруга на конденсаторі u_C та струм в колі i змінюються тим швидше, чим менше коефіцієнт згасання α .

3.2. Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися з експериментальною установкою (схема рис.5.10) та приладами, які використовуються у лабораторній роботі.

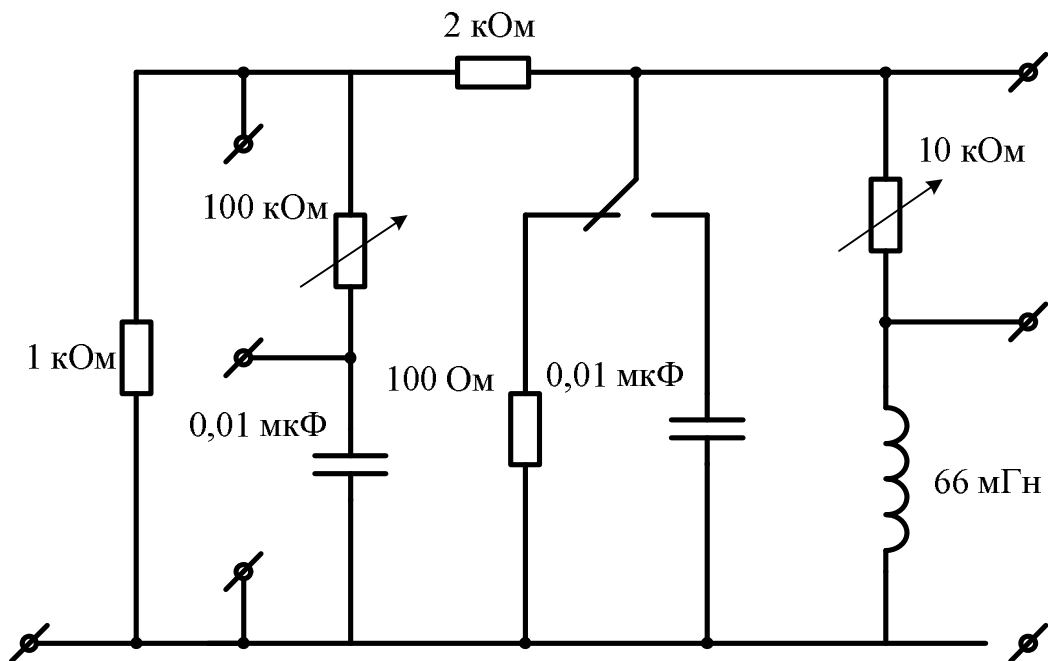


Рис.5.10

2. На звуковому генераторі встановити режим генерування прямокутного сигналу з частотою 1000 Гц.

3. Дослідити перехідні процеси в колі з резистором та конденсатором:

а) підключити звуковий генератор до RC кола, а вхід осцилографа підключити до конденсатора (рис.5.11);

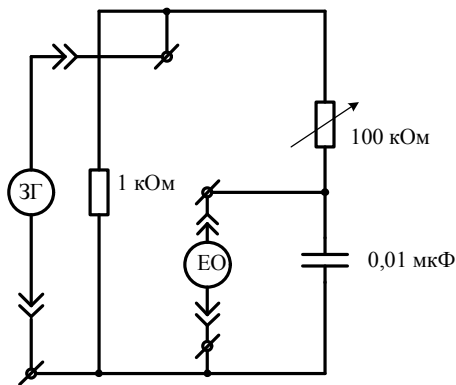


Рис.5.11

б) для трьох значень опору змінного резистору ($R = 13, 50$ та 100 Ом) зняти на кальку осцилограми напруги на конденсаторі. Встановити значення опору змінного резистору за допомогою приладу В7-22А.

4. Дослідити перехідні процеси в електричному колі з резистором та котушкою

індуктивності:

а) підключити звуковий генератор до RL кола, а вхід осцилографа підключити до котушки індуктивності (рис.5.12);

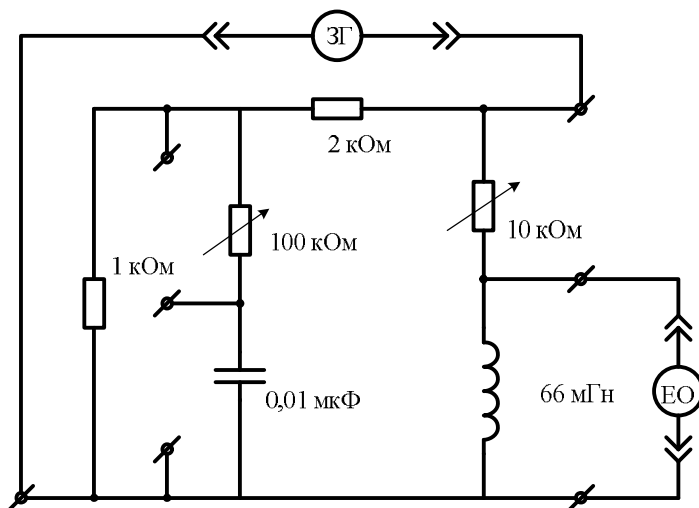


Рис.5.12

б) зняти осцилограми напруги на котушці індуктивності для трьох значень опору змінного резистору ($R = 0,1$ кОм, $0,09$ кОм, $0,05$ кОм.). Встановити значення опору змінного резистору за допомогою приладу В7-22А.

5. Дослідити перехідні процеси в колі з котушкою індуктивності та конденсатором:

а) підключити звуковий генератор до RLC кола, а вхід осцилографа підключити до котушки індуктивності (рис.5.13);

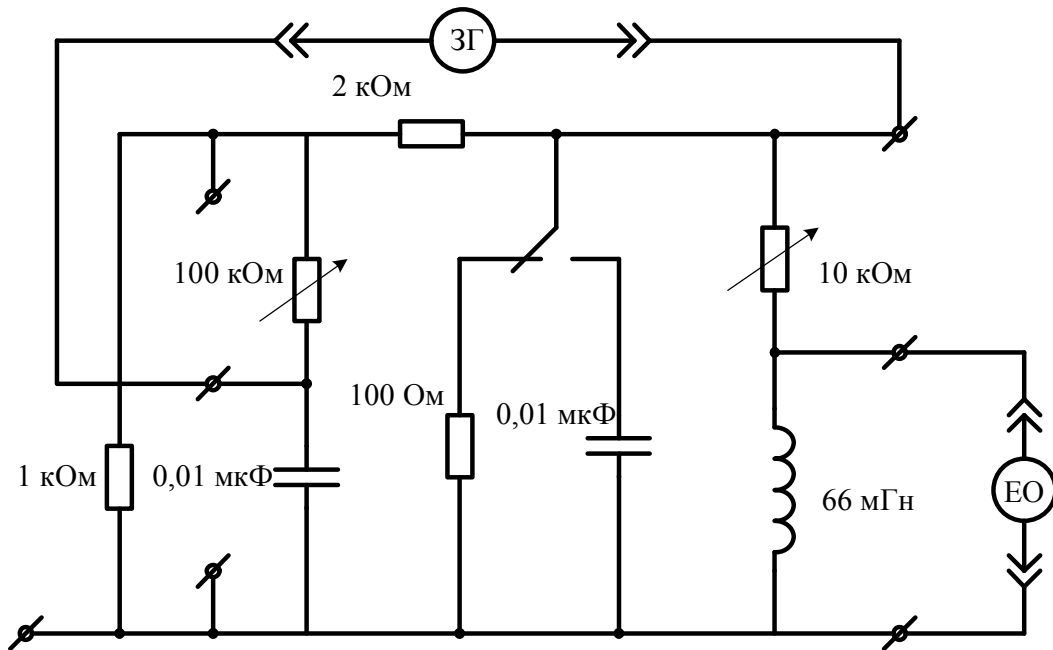


Рис.5.13

б) провести три досліди для таких значень сумарного опору резисторів $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$; зняти відповідні осцилограми напруги на кальку.

5.3. Опрацювання результатів вимірювань

1. За осцилограмами $u_C(t)$ досліду п.3 визначити сталі часу та порівняти їх з відповідними значеннями, розрахованими за числовими значеннями параметрів елементів кола. Результати занести у таблицю 5.1.

2. За осцилограмами $u_L(t)$ дослід п.4 визначити сталі часу досліджуємих RL кіл та порівняти їх з відповідними розрахованими значеннями. Результати занести у таблицю 5.1.

Таблиця 5.1

Тип кола	Опір кола	Стала часу	
		Експериментальна	Теоретична
RC	$R =$		
	$R =$		
	$R =$		
RL	$R =$		
	$R =$		
	$R =$		

3. За осцилограмами $u_L(t)$ дослід п.5, відповідає коливальному перехідному процесу, визначити частоту власних коливань досліджуємого кола та коефіцієнт згасання та порівняти їх з аналогічними, які розраховані за чисельними значеннями параметрів кола.

5.4. Запитання і завдання для самоперевірки

1. Дати визначення усталеного та перехідного процесу в електричному колі .
2. Дати визначення законів комутації.
3. Що таке стала часу електричного кола?
4. Як визначити сталу часу за експериментальними залежностями струму або напруги перехідного процесу?

5. Як визначити ємність конденсатора або опір резистора, на який розряджається конденсатор, за кривою його розрядки, якщо одне з них відомо?
6. Записати рівняння перехідної напруги на конденсаторі в разі підключення RC кола до джерела постійної напруги.
7. Записати рівняння перехідного струму в разі підключення RL кола до джерела постійної напруги.
8. Записати рівняння вільної складової напруги на конденсаторі в RLC колі для дійсних а уявних коренів характеристичного рівняння.
9. Які негативні наслідки мають перехідні процеси в електричних колах?