

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Щерба А. А., Курило І. А., Намацалюк І. Н.

Симетричні складові та вищі гармоніки у трифазних колах

Методичні вказівки
до виконання розрахункових робіт з курсу
“Теоретична електротехніка”

0906 “Електротехніка”, 0922 “Електромеханіка”.

Київ 2007

Симетричні складові та вищі гармоніки у трифазних колах: Метод. вказівки до виконання розрахункових робіт з курсу “Теоретична електротехніка” для студ. напрямів підготовки 0906 “Електротехніка”, 0922 “Електромеханіка”.

/ Уклад.: А. А. Щерба І., А. Курило, І. Н. Намацалюк. – К.: НТУУ”КПІ”, 2007.- 76 с.

Навчальне видання

Симетричні складові та вищі гармоніки у трифазних колах

Методичні вказівки
до виконання розрахункових робіт з курсу
“Теоретична електротехніка”
для студентів напрямів підготовки
0906 “Електротехніка”, 0922 “Електромеханіка”.

Укладачі: Щерба Анатолій Андрійович
Курило Ігор Анатолійович
Намацалюк Ігор Нестерович

Відповідальний
редактор Ю. Ф. Видолоб, канд. техн. наук, доц.

Рецензент К. М. Вакуленко, д-р техн. наук, проф.

Київ 2007

Вступ.

Сучасні активні форми і методи навчання орієнтовані на розвиток творчих здібностей студентів на основі ефективної організації їх самостійної роботи.

Мета методичних вказівок – допомогти студентам в їх самостійній роботі по вивченню важливого розділу курсів ТОЕ і ТЕК “Трифазні електричні кола”.

Досвід викладання цього розділу показує, що його вивчення викликає у студентів певні труднощі. Вони пов’язані у першу чергу з тим, що студенти не вміють застосовувати теоретичні положення до розв’язання конкретних задач.

Опрацювання методичних вказівок допоможе студентам подолати ці труднощі і сприятиме більш глибокому засвоєнню теоретичного матеріалу.

Основна увага в теоретичних вказівках приділена розгляду найбільш складних для студентів питань, що стосуються аналізу несиметричних режимів трифазних кіл методом симетричних складових і особливостей симетричних режимів за наявності вищих гармонік.

Завершальним етапом самостійної роботи студента по вивченню трифазних кіл повинно бути виконання індивідуальної розрахункової роботи, завдання на яку розроблено авторами і має 1000 варіантів.

Методичні вказівки призначені для студентів денної і заочної форм навчання всіх напрямів підготовки, в яких передбачено вивчення дисципліни ТОЕ і ТЕК.

1. Основні поняття і загальна характеристика трифазних систем.

Генератор з декількома обмотками, в яких наводяться синусоїдні ЕРС однакової частоти, зсунуті між собою за фазою, називають багатофазними генераторами – багатофазними джерелами живлення. Електричне коло, в якому діє багатофазне джерело живлення називають багатофазним електричним колом. Окремі частини такого кола називають фазами, наприклад, окремі обмотки генератора називають фазними обмотками, або, коротко, фазами генератора. Сукупність синусоїдних ЕРС багатофазного генератора називають багатофазною системою ЕРС, аналогічно можна говорити про багатофазну систему струмів, напруг.

Найбільш поширеними є електричні кола, кількість фаз яких $m=3$. ЕРС (струми, напруги) фаз нумеруються натуральними числами, або латинськими літерами в алфавітному порядку: e_1, e_2, e_3 , або e_A, e_B, e_C .

Комплекси діючих значень синусоїдних ЕРС окремих фаз трифазної системи запишемо у вигляді: $\dot{E}_A = E_A e^{j\psi_A}$, $\dot{E}_B = E_B e^{j\psi_B}$, $\dot{E}_C = E_C e^{j\psi_C}$.

Трифазну систему ЕРС (струмів, напруг) називають симетричною, якщо:

- 1) діючі значення ЕРС (струмів напруг) всіх фаз однакові $E_A = E_B = E_C = E_\phi$;
- 2) синусоїдна ЕРС (струм, напруга) кожної наступної фази відстає від ЕРС (струму, напруги) попередньої на один і той же кут, кратний $\frac{2\pi}{3}$:

$$\alpha = \psi_A - \psi_B = \psi_B - \psi_C = \psi_C - \psi_A = q \frac{2\pi}{3}; \quad \text{де: } q=1, 2, 3.$$

Розглянемо три можливих види симетричних трифазних систем:

1. $q=1, \alpha = \frac{2\pi}{3}$. Якщо прийняти $\psi_A = 0$, то $\psi_B = -\frac{2\pi}{3} = -120^\circ$, $\psi_C = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$.

Це так звана *пряма послідовність* чергування фаз. Діаграми миттєвих значень та векторні діаграми трифазної симетричної системи ЕРС показані відповідно на *Рис. 1, а, б*.

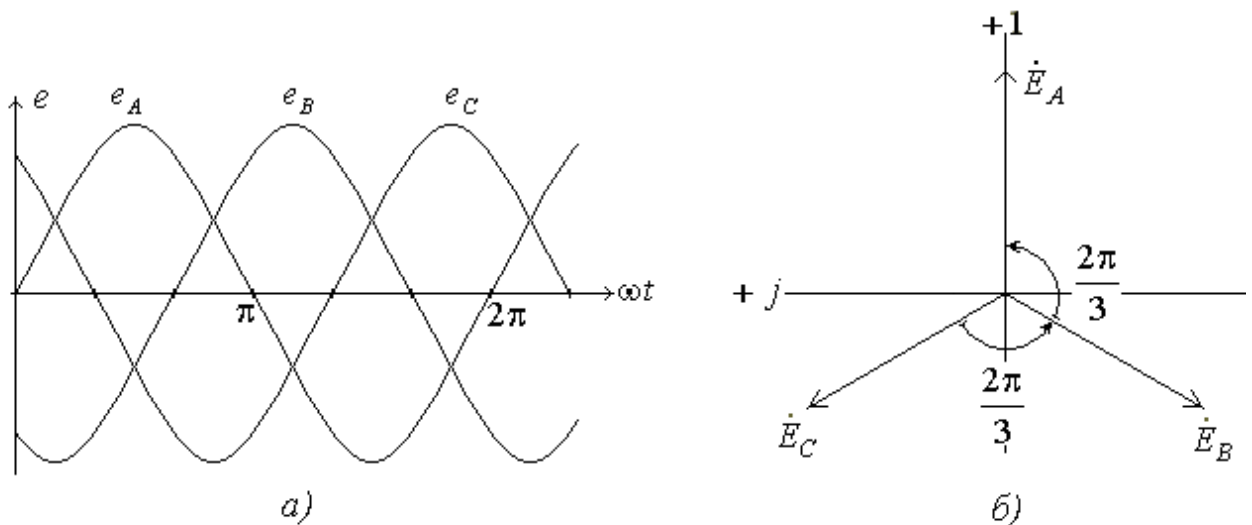


Рис. 1

$$2. q = 2, \alpha = \frac{4\pi}{3}. \text{ Якщо } \psi_A = 0, \text{ то } \psi_B = -\frac{4\pi}{3} = -240^\circ, \psi_C = \frac{4\pi}{3} = 240^\circ.$$

Векторна діаграма ЕРС показана на *Рис. 2, а*. Як бачимо вектори \dot{E}_B, \dot{E}_C помінялись місцями. Це *зворотна послідовність* чергування фаз.

Послідовність фаз визначається черговістю переходу миттєвих значень ЕРС через одні і ті ж значення, наприклад, через максимуми (див. *Рис. 1, а*). В системі прямої послідовності це черговість така: $A - B - C - A$ і т. д., в системі зворотної послідовності: $A - C - B - A$ і т.д.

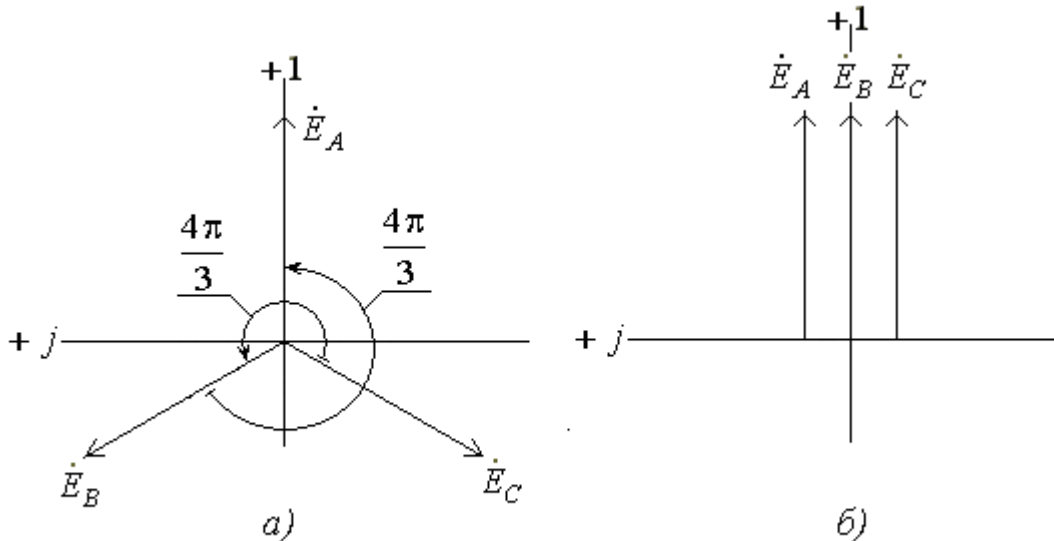


Рис. 2

3. $q = 1, \alpha = 2\pi$. Якщо $\psi_A = 0$, то $\psi_B = -2\pi, \psi_C = 2\pi$. Фазні ЕРС:

$$\dot{E}_A = E_\phi, \dot{E}_B = E_\phi e^{-j2\pi} = E_\phi, \dot{E}_C = E_\phi e^{j2\pi} = E_\phi.$$

Це система *нульової послідовності* чергування фаз, тобто вектори всі трьох фаз мають один і той же фазний кут. Векторна діаграма показана на *Рис. 2, б*.

Позначимо $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, $a^2 = (e^{j120^\circ})^2 = e^{j240^\circ} = e^{j-120^\circ}$, тоді

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = (e^{j120^\circ})^2 = e^{j240^\circ} = e^{j-120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$a^3 = e^{j2\pi} = 1; \quad a^4 = a; \quad a^5 = a^2 \text{ і т.д.}$$

Звідси видно, що множення на a відповідає повороту вектора на кут $\frac{2\pi}{3}$,

тому a – *поворотний множник*.

Тепер ЕРС трифазної симетричної системи прямої послідовності можна записати так:

$$\dot{E}_A = E_A e^{j\psi_A}, \quad \dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A, \quad \dot{E}_C = a \dot{E}_A.$$

Для ЕРС системи зворотної послідовності:

$$\dot{E}_A = E_A e^{j\psi_A}, \quad \dot{E}_B = a \dot{E}_A, \quad \dot{E}_C = a^2 \dot{E}_A.$$

Для ЕРС системи нульової послідовності:

$$\dot{E}_A, \quad \dot{E}_B = \dot{E}_A, \quad \dot{E}_C = \dot{E}_A.$$

Оскільки $1 + a + a^2 = 0$, сума комплексів ЕРС систем прямої та зворотної послідовностей дорівнює нулю.

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E(1 + a^2 + a) = 0$$

Сума комплексів ЕРС системи нульової послідовності дорівнює потрібному значенню ЕРС кожної з фаз.

$$\dot{E}_A + E_B + \dot{E}_C = 3\dot{E}_A = 3\dot{E}_\phi.$$

Принцип одержання трифазної системи ЕРС прямої послідовності чергування фаз показаний на *Рис. 3, а*. У рівномірному магнітному полі обертаються три однакові жорстко скріплені між собою котушки. Площини котушок зміщені у просторі на 120° . В кожній із котушок наводиться синусоїдна ЕРС однакової частоти і амплітуди, а за фазою ЕРС зсунуті на третину періоду, тобто на 120° . Виводи котушок – “початки” позначають першими буквами латинського алфавіту *A, B, C*, а “кінці” – останніми буквами *X, Y, Z*.

Очевидно, багатофазність систем ЕРС визначається “геометрією” розміщення котушок та їх кількістю. Для одержання трифазної системи зворотної послідовності чергування фаз потрібно обертати цю ж систему котушок в напрямку, протилежному від розглянутого, а для одержання системи нульової послідовності чергування фаз всі три котушки розміщуються в одній площині, тобто кут між котушками дорівнює нулю.

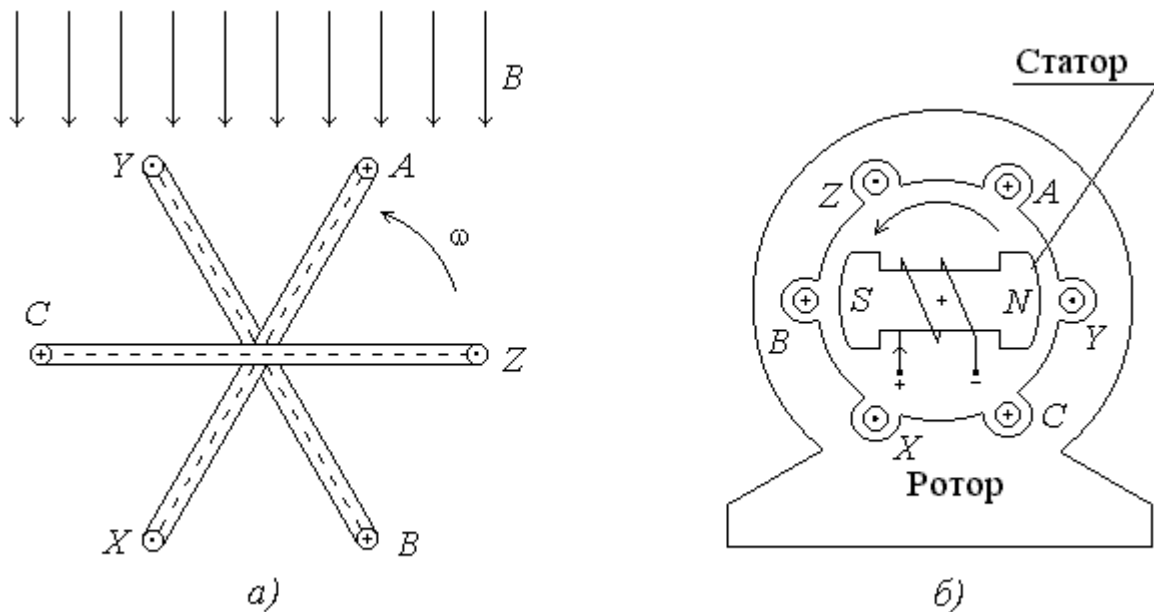


Рис. 3

На відміну від *Рис. 3, а* на практиці в генераторах (*Рис. 3, б*) обмотки, розміщені в пазах статора, нерухомі. Обертається ротор з намотаною на нього котушкою, по якій проходить постійний струм. Магнітне поле, створене струмом котушки, обертається разом з ротором.

Сукупність трифазної системи ЕРС, трифазного навантаження, з'єднуючих проводів і утворює *трифазне коло*.

Застосування трифазних кіл в системах енергопостачання обумовлене їх очевидними перевагами, з яких найбільш важливими є:

1. Елементи системи – 3-фазний асинхронний двигун і 3-фазний трансформатор – прості для виробництва, економічні та надійні в роботі.

2. Існує можливість забезпечити незмінність сумарної миттєвої потужності, яку споживає електричне коло.

Трифазну систему називають врівноваженою, якщо сумарна миттєва потужність трьох фаз не залежить від часу.

Покажемо, що симетрична трифазна система прямої або зворотної послідовності є врівноваженою.

$$\begin{aligned}e_A &= E_m \sin \omega t, & i_A &= I_m \sin(\omega t - \varphi); \\e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ), & i_B &= I_m \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi); \\e_C &= E_m \sin(\omega t + 120^\circ), & i_C &= I_m \sin(\omega t + 120^\circ - \varphi).\end{aligned}$$

Використовуючи формулу добутку синусів:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

знаходимо миттєві потужності фаз трифазної системи ЕРС:

$$\begin{aligned}p_A &= e_A i_A = E_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) = \\&= E_m I_m \cdot \frac{1}{2} [\cos(\omega t - \omega t + \varphi) - \cos(\omega t + \omega t - \varphi)] = EI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]\end{aligned}$$

Аналогічно:

$$\begin{aligned}p_B &= e_B i_B = EI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi)]; \\p_C &= e_C i_C = EI [\cos \varphi - \cos(2\omega t + 240^\circ - \varphi)].\end{aligned}$$

Сумарна миттєва потужність трифазної системи:

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI \cos \varphi = \text{const.}$$

Миттєва сумарна потужність врівноваженого трифазного кола не залежить від часу. Це означає, що, наприклад, трифазний двигун працює з постійним обертовим моментом.

3. Для передачі енергії від однофазного джерела до споживача потрібно два з'єднуючих проводи – “прямий” і “зворотний”. В реальних умовах джерело і споживач електроенергії часто знаходяться на великих відстанях одне від одного. Трифазні кола дають значну економію провідникового матеріалу за рахунок зменшення загальної кількості проводів, які з'єднують генератор і споживач.

Розглянемо спочатку незв'язане трифазне коло (Рис.4), в якому E_A, E_B, E_C відповідають трьом обмоткам генератора з клемми $A - X, B - Y, C - Z$.

Кожна фаза генератора зв'язана з відповідною фазою навантаження двома проводами. Кондуктивний зв'язок між окремими фазами генератора і навантаження відсутній. Для з'єднання трифазного генератора з навантаженням знадобилось шість проводів.

З метою економії провідникового матеріалу обмотки 3-фазного генератора і фази навантаження з'єднують в зірку або трикутник. При цьому кількість з'єднуючих проводів зменшується до чотирьох або трьох. На Рис. 4 показано які три проводи можна замінити одним.

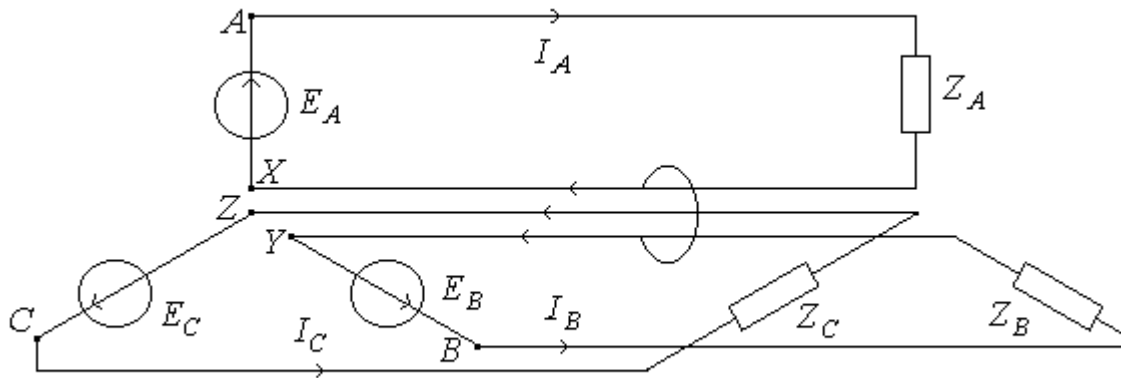


Рис. 4

2. Розрахунок трифазного кола у разі з'єднання зіркою.

На Рис. 5 зображено трифазне коло, в якому кінці обмоток генератора X, Y, Z з'єднуються в одну точку N (нейтральна точка генератора), кінці навантажень також з'єднуються в точці N' (нейтральна точка навантаження). Нейтральні точки генератора і навантаження з'єднуються між собою проводом (нейтральний провід).

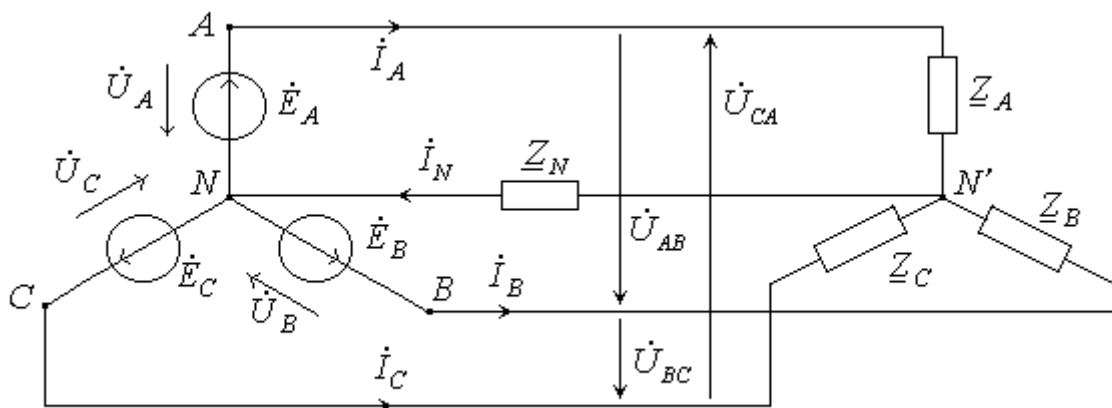


Рис. 5

Проводи, які з'єднують точки A, B, C генератора з навантаженням, називають *лінійними*. Відповідно струми в лінійних проводах називають *лінійними* струмами і позначають I_A, I_B, I_C . Струм у *нейтральному* проводі позначають I_N . За позитивний напрям лінійних струмів приймається напрям від генератора до навантаження, а в нейтральному проводі - від нейтральної точки навантаження до нейтральної точки генератора.

Фаза трифазного кола – частина цього кола, з'єднана з певною ЕРС генератора. Струми у фазах – *фазні струми* : I_A, I_B, I_C . Напруги між полюсами A, B, C і нейтральною точкою генератора називають *фазними напругами* генератора:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A0} = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_{B0} = \dot{E}_B; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{C0} = \dot{E}_C.$$

Напруги між лінійними проводами називають *лінійними* і позначають відповідно: $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ (Рис. 4), струми у фазах I_A, I_B, I_C – *фазні струми* одночасно є *лінійними* струмами трифазного кола у разі, коли фази генератора і навантаження з'єднані у зірку.

Співвідношення між фазними і лінійними напругами симетричного генератора знайдемо з векторної діаграми (Рис. 6).

Позначимо лінійні напруги $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_l$, фазні напруги $U_A = U_B = U_C = U_\phi$.

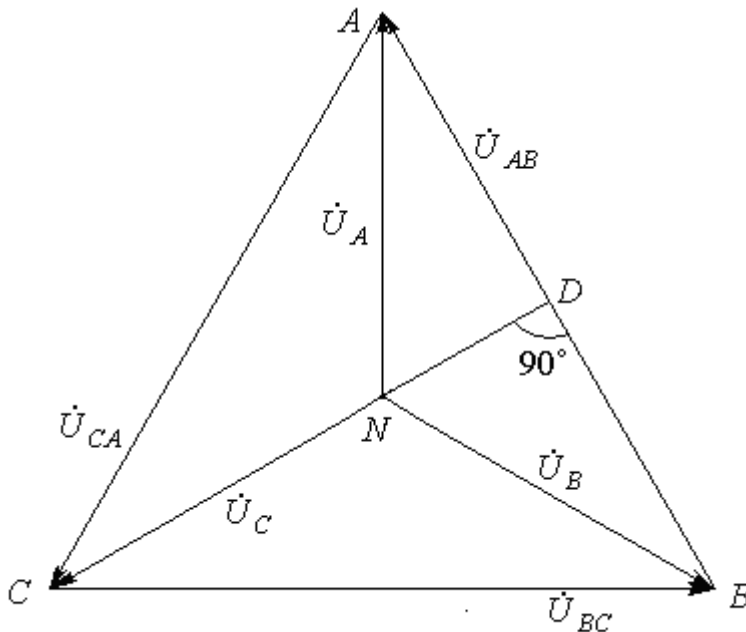


Рис. 6

Із трикутника AND :

$$\frac{U_l}{2} = U_\phi \cos 30^\circ = \frac{U_\phi}{2} \sqrt{3};$$

$$U_l = \sqrt{3} U_\phi$$

У разі стандартного значення фазної напруги $U_\phi = 220(B)$, лінійна напруга має значення $U_l = 220 \cdot \sqrt{3} \cong 380(B)$.

Лінійні напруги дорівнюють різниці відповідних фазних:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Трифазне коло називають симетричним, якщо в ньому діє симетричний трифазний генератор будь-якої послідовності і комплексні опори проводів і навантаження кожної фази однакові.

У колі (Рис. 5) два вузли N і N' . Для розрахунку трифазного кола застосовують метод вузлових потенціалів.

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}, \quad \underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}.$$

Напруга між точками N', N - напруга зміщення нейтралі:

$$\dot{U}_{N'N} \cdot (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N) = \dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C.$$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (1)$$

Фазні напруги на навантаженнях та струми у фазах:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}. \quad (2)$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \underline{Y}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \dot{U}'_B \underline{Y}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \dot{U}'_C \underline{Y}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C}. \quad (3)$$

$$\text{Струм у нейтральному проводі: } \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{U}_{N'N} \underline{Y}_N. \quad (4)$$

Приклад 1.

Розглянемо несиметричне трифазне коло (Рис. 5), в якому діє симетричний трифазний генератор прямої послідовності фаз, а навантаження несиметричне.

$$\begin{aligned} \text{Дано: } \dot{E}_A &= 100(B), \dot{E}_B = 100e^{-j120^\circ} (B), \dot{E}_C = 100e^{j120^\circ} (B), \\ \underline{Z}_A &= 5 - j5(\text{Ом}), \underline{Z}_B = 5 - j5(\text{Ом}), \underline{Z}_C = 5 + j5(\text{Ом}), \underline{Z}_N = 2(\text{Ом}). \end{aligned}$$

За формулами (1) і (2) напруга зміщення нейтралі і напруги на фазах навантаження будуть:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{100 \frac{1}{5 - j5} + 100e^{-j120^\circ} \frac{1}{5 - j5} + 100e^{j120^\circ} \frac{1}{5 + j5}}{\frac{1}{5 - j5} + \frac{1}{5 - j5} + \frac{1}{5 + j5} + \frac{1}{2}} = \\ &= 24.8e^{j22.87^\circ} (B), \end{aligned}$$

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = 100 - 24.8e^{j22.87^\circ} = 77.4e^{-j7.13^\circ} (B),$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = 100e^{-j120^\circ} - 24.8e^{j22.87^\circ} = 120.71e^{-j127.13^\circ} (B),$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = 100e^{j120^\circ} - 24.8e^{j22.87^\circ} = 105.98e^{-j133.43^\circ} (B).$$

Фазні струми:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A} = \frac{77.4e^{-j77.13^\circ}}{\underbrace{5 - j5}_{7.07e^{-j45^\circ}}} = 10.99e^{-j37.87^\circ} (A), \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B} = \frac{120.71e^{-j127.13^\circ}}{\underbrace{5 - j5}_{7.07e^{-j45^\circ}}} = 17.07e^{-j82.13^\circ} (A),$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C} = \frac{105.98e^{-j133.43^\circ}}{\underbrace{5 + j5}_{7.07e^{j45^\circ}}} = 14.99e^{-j88.43^\circ} (A).$$

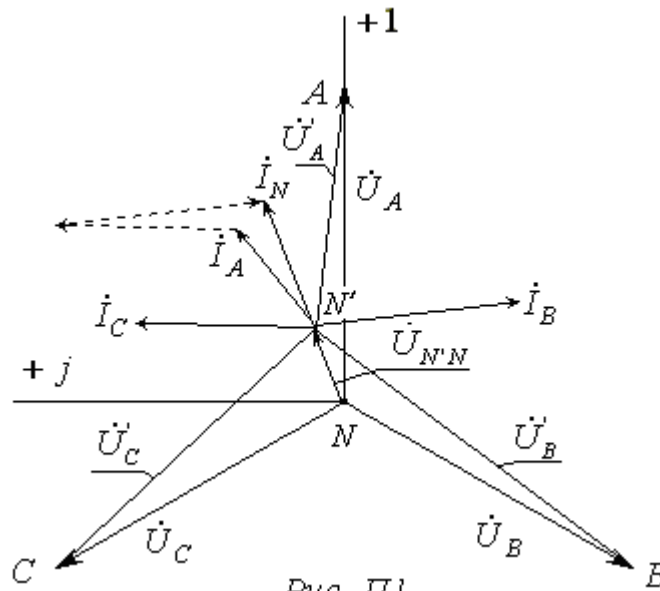
Струм у нейтральному проводі:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 10.99e^{j37.87^\circ} + 10.99e^{j37.87^\circ} + 10.99e^{j37.87^\circ} = 13.4e^{j22.87^\circ} (A);$$

$$\text{або: } \dot{I}_N = \dot{U}_{N'N} \underline{Y}_N = 24.8e^{j22.87^\circ} \cdot \frac{1}{2} = 13.4e^{j22.87^\circ} (A).$$

Суміщена векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг показана на Рис. III.

Висновок: при несиметричному навантаженні трифазного кола навіть тоді, коли генератор симетричний і має пряму (чи зворотну) послідовність фаз, з'являється напруга зміщення нейтралі $\dot{U}_{N'N}$ і діючі значення фазних напруг на фазах навантаження неоднакові.



Приклад 2.

Розглянемо несиметричне трифазне коло, в якому діє симетричний трифазний генератор нульової послідовності фаз.

Дано: $\dot{E}_A = \dot{E}_B = \dot{E}_C = 100e^{j0^\circ} (B)$,

$\underline{Z}_A = 5 - j5 (Ом)$, $\underline{Z}_B = 5 - j5 (Ом)$, $\underline{Z}_C = 5 + j5 (Ом)$ $\underline{Z}_N = 2 (Ом)$.

Згідно з формулами (1) і (2) напруга зміщення нейтралі і напруги на фазах навантаження будуть:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A(\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C)}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} \quad (5)$$

$$= \frac{100e^{j0^\circ} \left(\frac{1}{5-j5} + \frac{1}{5-j5} + \frac{1}{5+j5} \right)}{\frac{1}{5-j5} + \frac{1}{5-j5} + \frac{1}{5+j5} + \frac{1}{2}} = 39.04e^{j11.30^\circ} (B). \quad \dot{U}_{N'N} = 39.04e^{j11.30^\circ} (B),$$

$$\dot{U}'_A = \dot{U}'_B = \dot{U}'_C = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = 100 - 39.04e^{j11.30^\circ} = 62.19e^{-j7.07^\circ} (B),$$

Фазні струми:

$$\dot{I}'_A = \dot{I}'_B = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A} = \frac{62.19e^{-j7.07^\circ}}{\underbrace{5-j5}_{7.07e^{-j45^\circ}}} = 8.795e^{-j37.93^\circ} (A),$$

$$\dot{I}'_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C} = \frac{62.19e^{-j7.07^\circ}}{\underbrace{5+j5}_{7.07e^{j45^\circ}}} = 8.795e^{-j52.07^\circ} (A).$$

Струм у нейтральному проводі:

$$\dot{I}_N = \dot{I}'_A + \dot{I}'_B + \dot{I}'_C = 8.795e^{j37.93^\circ} + 8.795e^{j37.93^\circ} + 8.795e^{-j52.07^\circ} = 19.6e^{j11.36^\circ} (A);$$

$$\text{або: } \dot{I}_N = \dot{U}_{N'N} \underline{Y}_N = 39.04e^{j11.30^\circ} \cdot \frac{1}{2} = 19.52e^{j11.30^\circ} (A).$$

Суміщена векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг пока-

зана на *Рис. П2*.

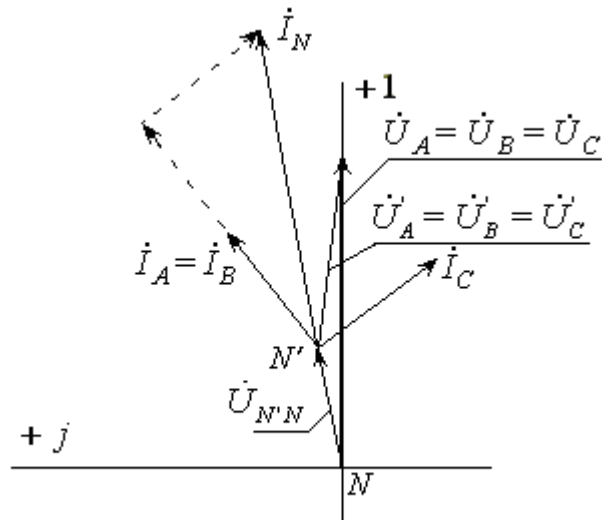


Рис. П2

Висновок: при несиметричному навантаженні трифазного кола навіть при симетричному генераторі нульової послідовності фаз, з'являється напруга зміщення нейтралі $\dot{U}_{N'N}$, а діючі значення фазних напруг на фазах навантаження однакові.

Якщо трифазне коло (*Рис. 5*) симетричне, то $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$.

Тоді: $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}} = \underline{Y}$, $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$.

Для симетричної системи ЕРС прямої і зворотної послідовностей.

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{\overbrace{(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}^0 \underline{Y}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = 0.$$

Фазні напруги на навантаженнях та струми у фазах:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C.$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \underline{Y} = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}}; \quad \dot{I}_B = \dot{U}_B \underline{Y} = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}}; \quad \dot{I}_C = \dot{U}_C \underline{Y} = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}}.$$

Струм у нульовому проводі: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \overbrace{(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}^0 \underline{Y} = 0$.

Висновок: у симетричному трифазному колі з генератором прямої чи зворотної послідовностей струм у нейтральному проводі відсутній, а діючі значення всіх фазних струмів однакові $I_A + I_B + I_C = I_\phi$.

Розрахунок симетричного трифазного кола з генератором прямої чи зворотної послідовностей досить провести за однією фазою, наприклад, за фазою А (*Рис. 7*), тобто визначити тільки струм \dot{I}_A , струми у фазах В і С відповідно будуть однакові за модулем і зсунуті відносно струму \dot{I}_A на $\mp 120^\circ$.

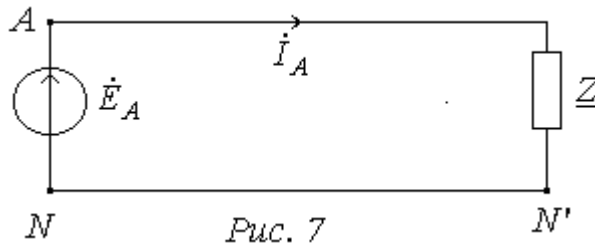


Рис. 7

Для симетричної системи прямої послідовності:

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A = \dot{I}_A e^{-j120^\circ}; \quad \dot{I}_C = a \dot{I}_A = \dot{I}_A e^{j120^\circ}.$$

Для зворотної послідовності:

$$\dot{I}_B = a \dot{I}_A = \dot{I}_A e^{j120^\circ}; \quad \dot{I}_C = a^2 \dot{I}_A = \dot{I}_A e^{-j120^\circ}.$$

Діючі значення фазних напруг однакові: $U_A = U_B = U_C = U_\phi$

Активна потужність однієї фази $P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi$.

Активна потужність всіх трьох фаз:

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \underbrace{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}_{U_L} \cdot \underbrace{U_\phi I_\phi}_{I_L} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \cos \varphi.$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \cos \varphi.$$

Аналогічно, реактивна потужність:

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \sin \varphi.$$

Повна потужність:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \underbrace{\sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}}_1 = \sqrt{3} \cdot U_L I_L. \quad S = \sqrt{3} \cdot U_L I_L.$$

Суміщена векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг для симетричного кола трифазної системи ЕРС прямої послідовності показана на Рис. 8.

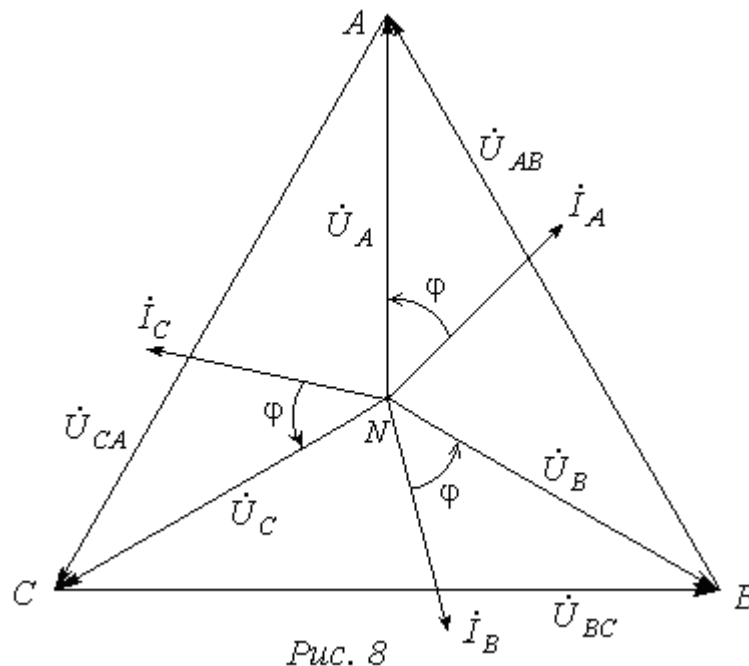


Рис. 8

Для симетричного трифазного кола з ЕРС нульової послідовності чергування фаз.

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) \underline{Y}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{3\dot{U}_A \underline{Y}}{3\underline{Y} + \underline{Y}_N}$$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{3\dot{U}_A \underline{Y}}{3\underline{Y} + \underline{Y}_N} \quad (6)$$

Фазні напруги на навантаженнях та струми у фазах:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A - \frac{3\dot{U}_A \underline{Y}}{3\underline{Y} + \underline{Y}_N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_N}{3\underline{Y} + \underline{Y}_N}; \quad \dot{U}'_A = \dot{U}'_B = \dot{U}'_C.$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \underline{Y} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_0}{3\underline{Y} + \underline{Y}_0} \underline{Y} = \frac{\dot{U}_A}{\frac{3\underline{Y} + \underline{Y}_N}{\underline{Y}_N \underline{Y}}} = \frac{\dot{U}_A}{\frac{3}{\underline{Y}_N} + \frac{1}{\underline{Y}}} = \frac{\dot{U}_A}{3\underline{Z}_N + \underline{Z}}; \quad \dot{I}_A = \dot{I}_B = \dot{I}_C.$$

Розрахунок симетричного трифазного кола з ЕРС нульової послідовності досить провести за однією фазою, наприклад, за фазою A (Рис. 9), тобто визначити тільки струм \dot{I}_A ,

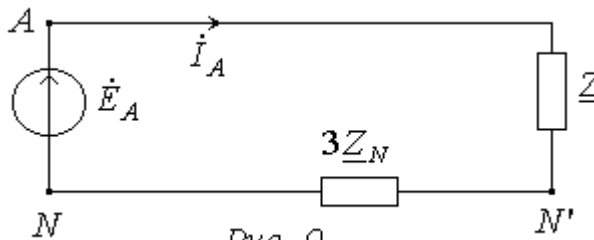


Рис. 9

Струм у нейтральному проводі: $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3\dot{I}_A$.

3. Особливі випадки розрахунку трифазного кола у разі з'єднання зіркою.

а) Опір нейтрального проводу дорівнює нулю (коротке замикання між точками N', N) (Рис. 10). $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$.

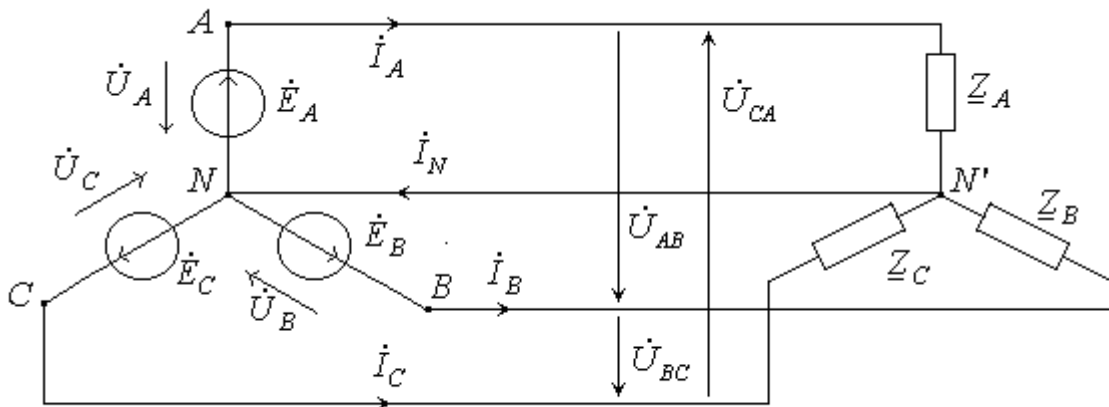


Рис. 10

Як видно із Рис. 10 $\dot{U}_{N'N} = 0$ і фазні напруги навантаження дорівнюють відповідним фазним напругам генератора.

Фазні напруги генератора і навантаження однакові.

Для прямої послідовності чергування фаз:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B = a^2 \dot{U}_A; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C = a \dot{U}_A.$$

Для зворотної послідовності чергування фаз:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B = a \dot{U}_A; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C = a^2 \dot{U}_A.$$

Лінійні, вони ж і фазні, струми:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}} = \dot{U}_A \underline{Y}_A; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}} = \dot{U}_B \underline{Y}_B; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}} = \dot{U}_C \underline{Y}_C.$$

Струм у нейтральному проводі: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \neq 0$.

Висновок: для того, щоб фазні напруги навантаження не залежали від комплексних опорів окремих фаз, опір нейтрального проводу повинен дорівнювати нулю, тобто практично бути якомога меншим.

б) Нейтральний провід відсутній (Рис. 11). $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$, $\underline{Z}_N = \infty$.

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}, \quad \underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N} = 0.$$

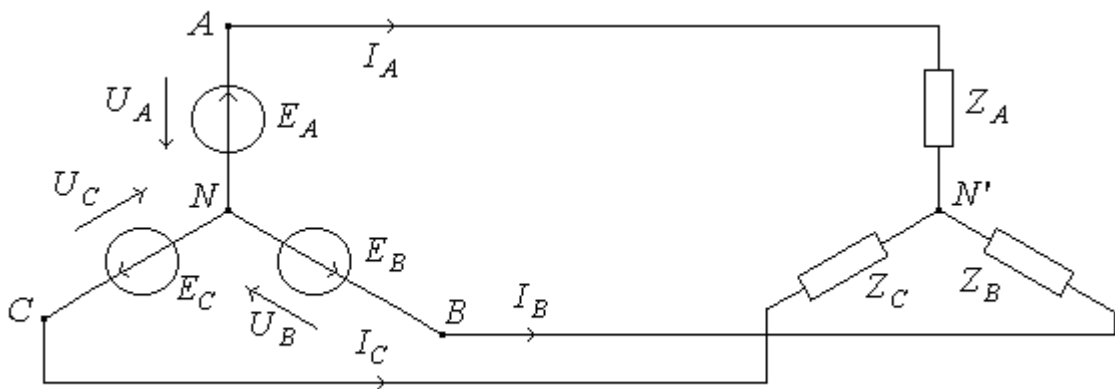


Рис. 11

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} \neq 0.$$

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}.$$

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \underline{Y}_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \dot{U}'_B \underline{Y}_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \dot{U}'_C \underline{Y}_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C}.$$

$$\boxed{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.}$$

Висновок: у трифазному колі з несиметричним навантаженням, з'єднаним "зіркою" без нейтрального проводу, несиметрія навантаження приводить до несиметрії фазних напруг трифазного споживача навіть у разі симетричного генератора.

Приклад 3.

Трифазне коло, з'єднане "зіркою" без нейтрального проводу.

У фазі А ввімкнений конденсатор - $\underline{Z}_A = -jX = -jR$, у фазах В і С ввімкнені лампи - активні опори - $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R$ (Рис. ПЗ, а). Генератор симетричний, прямої послідовності фаз.

Визначимо фазні напруги навантаження $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$.

Напруга зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \frac{\dot{U}_A \frac{1}{Z_A} + \dot{U}_B \frac{1}{Z_B} + \dot{U}_C \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}} = \frac{\dot{U}_A \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} \overbrace{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}^{-\dot{U}_A}}{\frac{1}{Z_A} + \frac{2}{Z_B}} = \frac{\dot{U}_A \left(\frac{1}{Z_A} - \frac{1}{Z_B} \right)}{\frac{Z_B + 2Z_A}{Z_A Z_B}} = \\ &= \dot{U}_A \frac{Z_B - Z_A}{Z_B + 2Z_A} = \dot{U}_A \frac{1 - (-j1)}{1 - j2} = \dot{U}_A \frac{1.41 \angle 45^\circ}{2.36 \angle -63.43^\circ} = 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ (B). \end{aligned}$$

Фазні напруги симетричного генератора прямої послідовності:

$$\dot{U}_A = U_A \angle 0^\circ; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_A \angle -120^\circ; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_A \angle 120^\circ.$$

Напруги на навантаженнях фаз B і C:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A &= \dot{U}_A - \dot{U}_{0'0} = \dot{U}_A - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \dot{U}_A \angle 0^\circ - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \\ &= \dot{U}_A (1 \angle 0^\circ - 0.6 \angle 108.43^\circ) = 1.32 \dot{U}_A \angle -25.57^\circ; \quad \underline{\dot{U}'_A = 1.32 \dot{U}_A \angle -25.57^\circ}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_B &= \dot{U}_B - \dot{U}_{0'0} = \dot{U}_B - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \dot{U}_A \angle -120^\circ - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \\ &= \dot{U}_A (1 \angle -120^\circ - 0.6 \angle 108.43^\circ) = 1.47 \dot{U}_A \angle 102.2^\circ; \quad \underline{\dot{U}'_B = 1.47 \dot{U}_A \angle 102.2^\circ}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_C &= \dot{U}_C - \dot{U}_{0'0} = \dot{U}_C - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \dot{U}_A \angle 120^\circ - 0.6 \dot{U}_A \angle 108.43^\circ = \\ &= \dot{U}_A (1 \angle 120^\circ - 0.6 \angle 108.43^\circ) = 0.43 \dot{U}_A \angle 136.28^\circ. \quad \underline{\dot{U}'_C = 0.43 \dot{U}_A \angle 136.28^\circ}. \end{aligned}$$

На *Рис. ПЗ, б* побудована топографічна діаграма, з якої видно і це підтверджено розрахунками, що напруга фази B більша від напруги фази C. Відповідно лампа у фазі B буде світитись яскравіше, ніж у фазі C.

Отже, якщо фазу трифазної системи ЕРС, до якої приєднаний конденсатор, прийняти за фазу A, то фаза, до якої підключена лампа, що світиться більш яскраво, є фазою B, а фаза з менш яскравою (тьмяно) лампою – фазою C.

Розглянута схема, використовується на практиці як вказівник чергування фаз. Вона дозволяє визначити послідовність чергування фаз генератора.

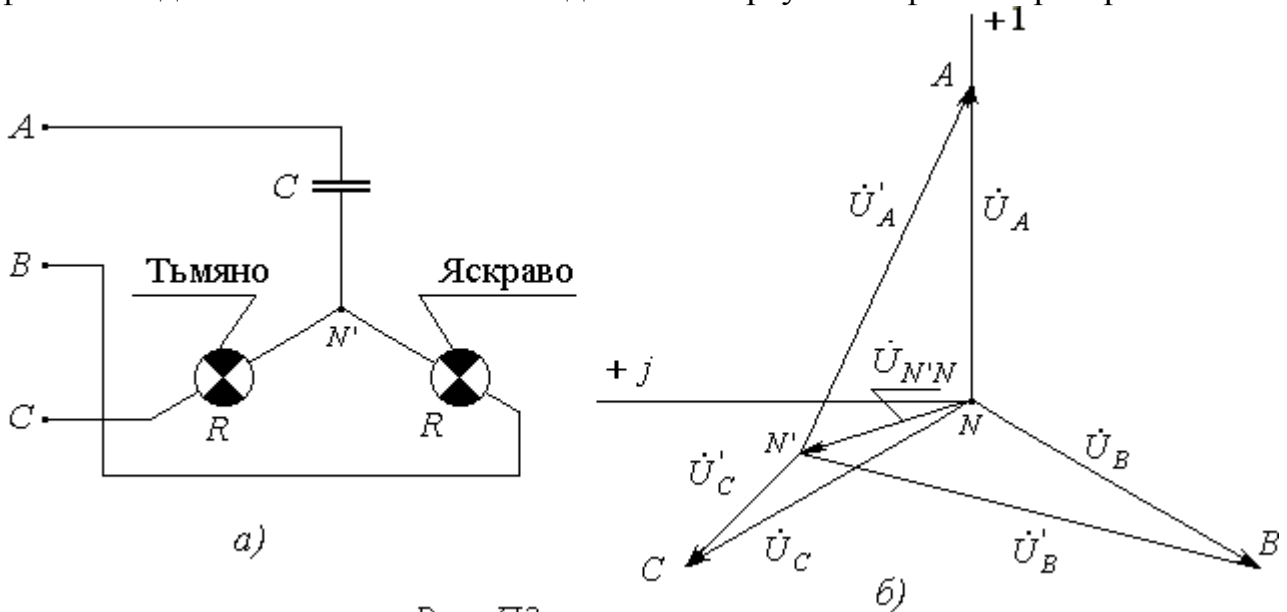


Рис. ПЗ

Очевидно, що переміна місцями будь яких полюсів генератора приводить до зміни порядку чергування його фаз.

Змінити порядок чергування фаз трифазного споживача у порівнянні з

чергуванням фаз симетричного трифазного генератора можливо також певним вибором параметрів і структури окремих фаз навантаження.

Розглянемо, наприклад, трифазне коло, яке живиться від джерела симетричної трифазної напруги прямої послідовності (Рис. 12).

У разі замкненого ключа k , навантаженням є симетричне трифазне коло (електродвигун) з опорамі X_L .

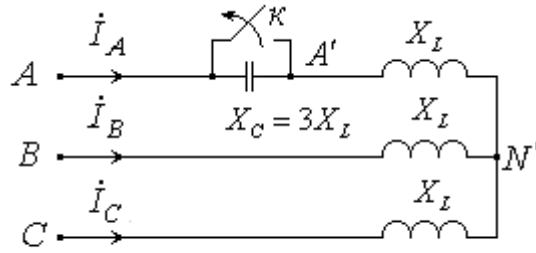


Рис. 12

Якщо фазні напруги генератора $U_\phi = U_A = U_B = U_C$ то фазні струми $I_A = I_B = I_C = \frac{U_\phi}{X_L} = I_\phi$ утворюють симетричну систему і зсунуті по фазі відносно своїх напруг на 90° . Суміщена векторна діаграма струмів і напруг для цього симетричного кола показана на Рис. 13, а.

Після розмикання ключа k коло стає несиметричним оскільки у фазі A ємнісний опір $X_C = 3X_L$ з'єднується послідовно з опором X_L і еквівалентний опір фази становить $X_A = -jX_C + jX_L = -j2X_L$.

Напруга зміщення нейтралі:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \frac{1}{-jX_A} + \dot{U}_B \frac{1}{jX_L} + \dot{U}_C \frac{1}{jX_L}}{\frac{1}{-jX_A} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{jX_L}} = -\dot{U}_A = \dot{U}_\phi e^{j180^\circ}.$$

Напруги та струми фаз навантаження:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A - (-\dot{U}_A) = 2\dot{U}_A = 2U_\phi e^{j0^\circ}, \quad \dot{I}'_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A} = I_\phi e^{j90^\circ}.$$

$$\dot{U}'_{A'N'} = \dot{I}'_A \cdot jX_L = -\dot{U}_A = U_\phi e^{j180^\circ},$$

$$\dot{U}'_{B'N'} = \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = U_\phi e^{-j60^\circ} = \dot{U}'_{A'N'} e^{j120^\circ}, \quad \dot{I}'_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B} = I_\phi e^{-j150^\circ}.$$

$$\dot{U}'_{C'N'} = \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = U_\phi e^{j60^\circ} = \dot{U}'_{A'N'} e^{-j120^\circ}, \quad \dot{I}'_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C} = I_\phi e^{-j30^\circ}.$$

Як видно із діаграми (Рис. 13, б) система фазних напруг $\dot{U}'_{A'N'}$, $\dot{U}'_{B'N'}$, $\dot{U}'_{C'N'}$ залишилась симетричною, але має зворотну послідовність. Струми окремих фаз не змінились за модулем і також утворюють симетричну систему зворотної послідовності.

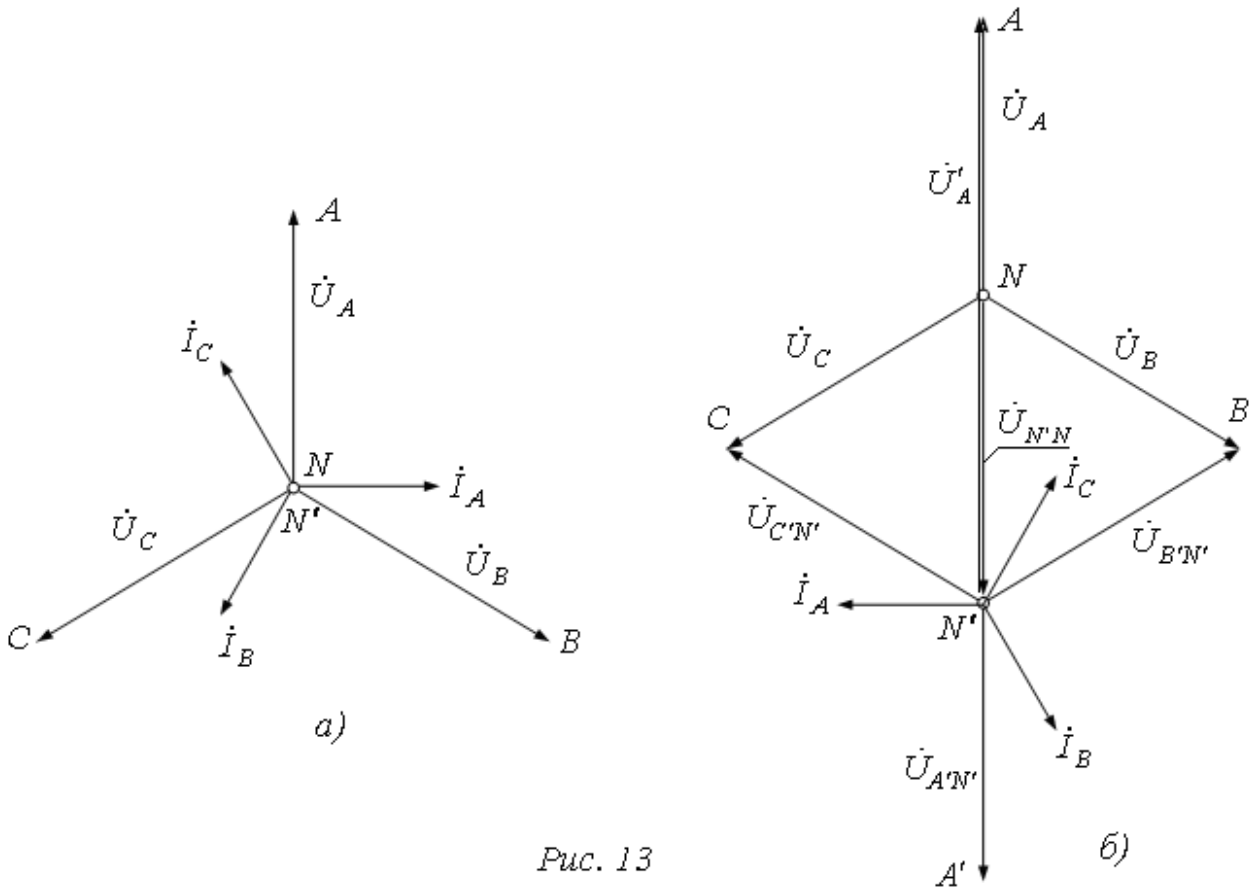


Рис. 13

В результаті розмикання ключа k відбувається реверс двигуна, тобто він починає обертатись у протилежному напрямі.

Розглянемо окремі випадки (аномальні режими) розподілу фазних напруг і струмів у колі без нейтрального проводу (Рис.11).

1. Коротке замикання фази у разі симетричного навантаження.

Нехай навантаження фази A закорочене $\underline{Z}_A = 0$. Тобто напруга навантаження фази A : $\dot{U}'_A = 0$.

Опори навантаження фаз B і C : $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} = Ze^{j\varphi}$.

Тоді напруга зміщення нейтралі: $\dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A$.

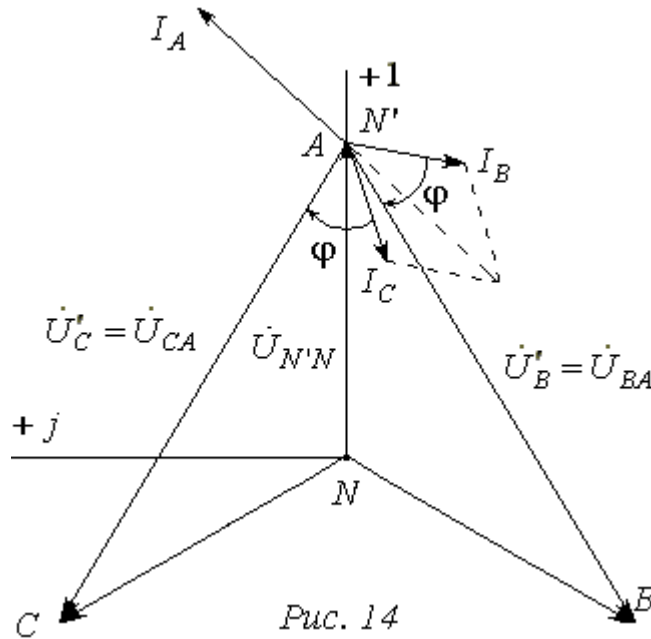
Напруги на навантаженнях фаз B і C :

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_B - \dot{U}_A = \dot{U}_{BA};$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = \dot{U}_{CA}.$$

Висновок: При короткому замиканні в одній із фаз, напруги в інших фазах дорівнюють лінійним, тобто їх модулі збільшуються у $\sqrt{3}$ раз.

Топографічна діаграма напруг і векторна діаграма струмів для $\varphi < 0$ показана на Рис. 14.



2. Розрив фази.

Нехай навантаження фази A відсутнє (розрив), тобто $\underline{Z}_A = \infty$, $\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = 0$.

Навантаження фаз B і C : $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z} = Ze^{j\varphi}$. $\underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}$.

Напруга зміщення нейтралі:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}{2\underline{Y}} = \frac{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}{2}. \quad \boxed{\dot{U}_{N'N} = \frac{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}{2}.}$$

Фазні напруги навантаження:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A - \frac{\overbrace{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}^{-\dot{U}_A}}{2} = \frac{2\dot{U}_A + \dot{U}_A}{2} = \frac{3}{2}\dot{U}_A; \quad \boxed{\dot{U}'_A = \frac{3}{2}\dot{U}_A;}$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_B - \frac{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}{2} = \frac{2\dot{U}_B - \dot{U}_B - \dot{U}_C}{2} = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_C}{2}. \quad \boxed{\dot{U}'_B = \frac{\dot{U}_{BC}}{2}}$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_C - \frac{(\dot{U}_B + \dot{U}_C)}{2} = \frac{2\dot{U}_C - \dot{U}_B - \dot{U}_C}{2} = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_B}{2}. \quad \boxed{\dot{U}'_C = -\frac{\dot{U}_{BC}}{2}.}$$

Топографічна діаграма напруг і векторна діаграма струмів для $\varphi < 0$ показана на *Рис. 15*.

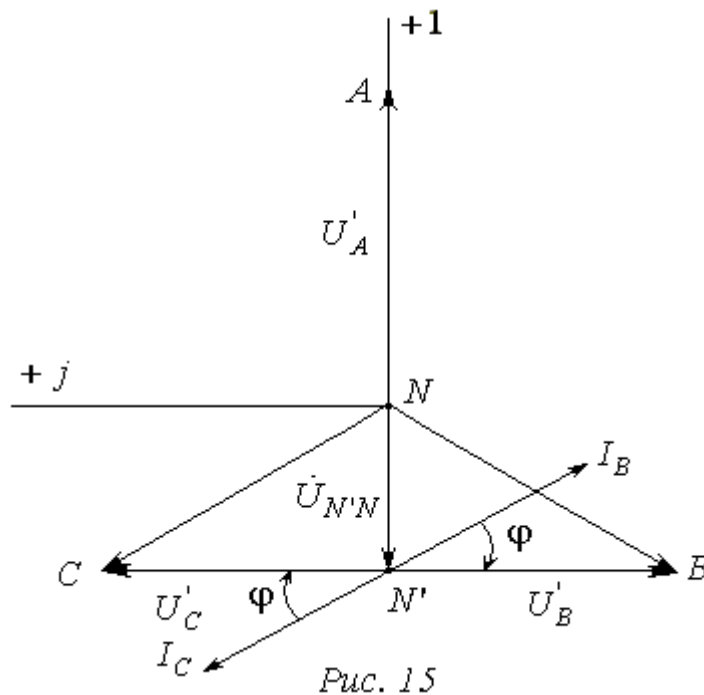


Рис. 15

Висновок: При розриві в одній із фаз у разі симетричного навантаження діючі значення фазних напруг на інших фазах зменшуються до половини лінійної напруги генератора.

4. Розрахунок трипровідного трифазного кола за заданими лінійними напругами.

Для трифазного трипровідного кола (Рис.16) зазвичай задають лінійні напруги: $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$. Виведемо формули для визначення фазних напруг навантаження: $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$.

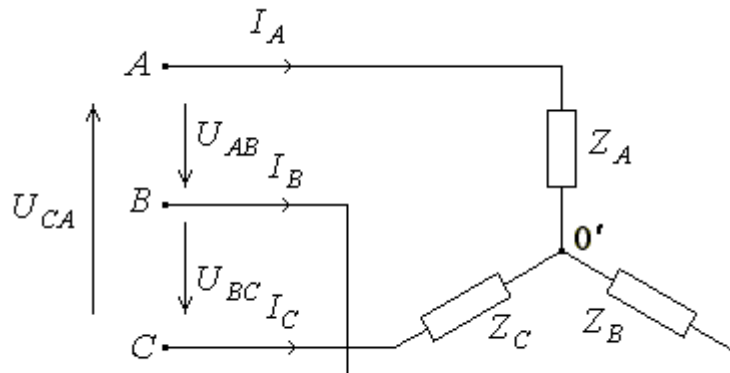


Рис. 16

Напруга зміщення нейтралі:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

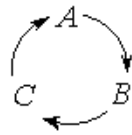
Фазні напруги навантаження:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_A - \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{(\dot{U}_A - \dot{U}_B) \underline{Y}_B + (\dot{U}_A - \dot{U}_C) \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Враховуючи, що $\dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}$, а $\dot{U}_A - \dot{U}_C = \dot{U}_{AC}$, остаточно маємо:

$$\begin{aligned}\dot{U}'_A &= \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AB}\underline{Y}_B - \dot{U}_{CA}\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \dot{U}'_B &= \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{BC}\underline{Y}_C - \dot{U}_{AB}\underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}; \\ \dot{U}'_C &= \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{CA}\underline{Y}_A - \dot{U}_{BC}\underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.\end{aligned}\quad (7)$$

Останні дві формули отримані з формули (7) циклічною зміною індексів напруг і провідностей:



Приклад 4.

Параметри трифазного кола (Рис. П4): лінійна напруга симетричного генератора прямої послідовності $U_{\text{л}} = 173(\text{В})$, опори в фазах:

$$\underline{Z}_A = -j8 = 8\angle -90^\circ (\text{Ом}), \quad \underline{Z}_B = 10 (\text{Ом}), \quad \underline{Z}_C = 3 + j4 = 5\angle 53.13^\circ (\text{Ом}),$$

Розрахувати коло при замкненому і розімкненому ключі, визначити фазні струми, покази приладів. Зробити перевірку за балансом потужностей, побудувати суміщену векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.

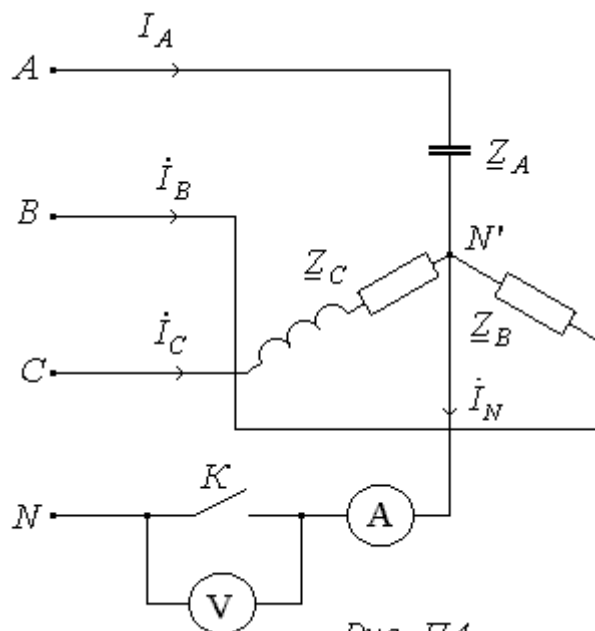


Рис. П4

1. Ключ замкнений, - з'єднання зіркою з нейтральним проводом.

Діючи значення фазних напруг генератора: $U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{173}{\sqrt{3}} = 100(\text{В})$.

Запишемо фазні напруги генератора у комплексному вигляді:

$$\dot{U}_A = 100(B), \quad \dot{U}_B = 100 \angle -120^\circ (B), \quad \dot{U}_C = 100 \angle 120^\circ (B).$$

Фазні струми:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{8 \angle -90^\circ} = 12.5 \angle 90^\circ = j12.5(A);$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100 \angle -120^\circ}{10} = 10 \angle -120^\circ = -5 - j8.66(A);$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{100 \angle 120^\circ}{5 \angle 53.13^\circ} = 20 \angle 66.87^\circ = 7.86 + j18.39(A).$$

Струм у нульовому проводі:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = j12 - 5 - j8.66 + 7.86 + j18.39 = 2.86 + j22.23 = 22.41 \angle 82.68^\circ (A).$$

Баланс потужностей генератора та споживача:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{ген} &= \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^* = \\ &= 100 \cdot 12.5 \angle -90^\circ + 100 \angle -120^\circ \cdot 10 \angle 120^\circ + 100 \angle 120^\circ \cdot 20 \angle -66.87^\circ = \\ &= 2200 + j350. \end{aligned}$$

$$P = 2200(Bm), \quad Q = 350(BAp)$$

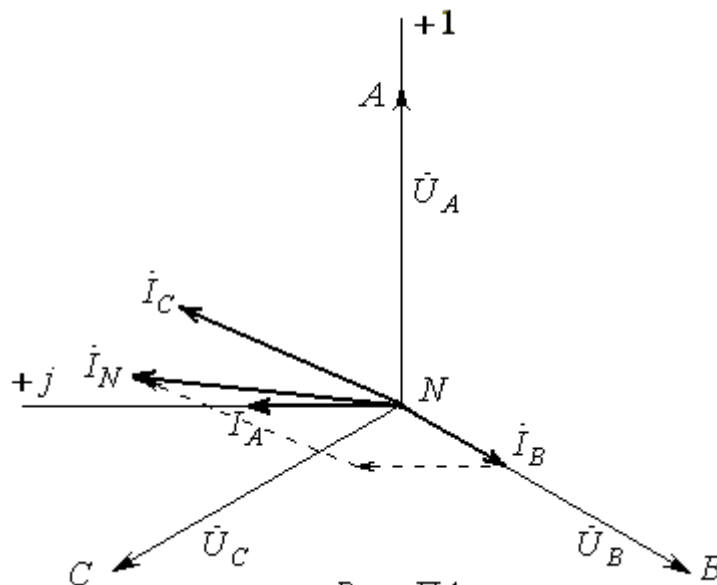
$$P_{cn} = I_B^2 \cdot R_B + I_C^2 \cdot R_C = 10^2 \cdot 10 + 20^2 \cdot 3 = 2200(Bm);$$

$$Q_{cn} = -I_A^2 \cdot X_A + I_C^2 \cdot X_C = -12.5^2 \cdot 8 + 20^2 \cdot 4 = 350(BAp).$$

Амперметр покаже струм у нульовому проводі 22.41(A), вольтметр – нуль.

Векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг показана на Рис.

П4, а.



2. Ключ розімкнений, - з'єднання зіркою без нейтрального проводу.

Фазні напруги навантаження обчислимо за лінійними напругами генератора які запишемо у комплексному вигляді:

$$\dot{U}_{AB} = 173e^{j30^\circ} (B), \quad \dot{U}_{BC} = 173e^{j-90^\circ} (B), \quad \dot{U}_{CA} = 173e^{j150^\circ} (B).$$

Фазні провідності навантаження:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{8 \angle -90^\circ} = 0.125 \angle 90^\circ = j0.125(\text{Cim}); \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{10} = 0.1(\text{Cim});$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{3 + j4} = \frac{1}{5 \angle 53.13^\circ} = 0.2 \angle -53.13^\circ = 0.12 - j0.16(\text{Cim})$$

Фазні напруги навантаження:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A &= \frac{\dot{U}_{AB} \underline{Y}_B - \dot{U}_{CA} \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{173 \angle 30^\circ \cdot 0.1 - 173 \angle 150^\circ \cdot 0.2 \angle -53.13^\circ}{j0.125 + 0.1 + 0.12 - j0.16} = \\ &= \frac{32.034 \angle -53.352^\circ}{0.223 \angle -9.039^\circ} = 143.97 \angle -44.31^\circ (B), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_B &= \frac{\dot{U}_{BC} \underline{Y}_C - \dot{U}_{AB} \underline{Y}_A}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{173 \angle -90^\circ \cdot 0.2 \angle -53.13^\circ - 173 \angle 30^\circ \cdot 0.125 \angle 90^\circ}{0.223 \angle -9.039^\circ} = \\ &= \frac{42.94 \angle -113.13^\circ}{0.223 \angle -9.039^\circ} = 192.98 \angle -104.09^\circ (B), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}'_C &= \frac{\dot{U}_{CA} \underline{Y}_A - \dot{U}_{BC} \underline{Y}_B}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{173 \angle 150^\circ \cdot 0.125 \angle 90^\circ - 173 \angle -90^\circ \cdot 0.1}{0.223 \angle -9.039^\circ} = \\ &= \frac{10.91 \angle -172.48^\circ}{0.223 \angle -9.039^\circ} = 49.02 \angle -163.44^\circ (B). \end{aligned}$$

Фазні, вони ж і лінійні струми:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A \cdot \underline{Y}_A = 143.97 \angle -44.31^\circ \cdot 0.125 \angle 90^\circ = 18 \angle 45.69^\circ = 12.57 + j12.88(A);$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}'_B \cdot \underline{Y}_B = 192.98 \angle -104.09^\circ \cdot 0.1 = 19.30 \angle -104.09^\circ = -4.70 - j18.72(A);$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}'_C \cdot \underline{Y}_C = 49.02 \angle -163.44^\circ \cdot 0.2 \angle -53.13^\circ = 9.8 \angle 143.43^\circ = -7.87 + j5.84(A).$$

Перевірка:

$$\boxed{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0}$$

Баланс потужностей перевіряється аналогічно.

Для визначення показу вольметра визначаємо напругу зміщення нейтралі:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} &= \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{100 \cdot 0.125 \angle 90^\circ + 100 \angle -120^\circ \cdot 0.1 + 100 \angle 120^\circ \cdot 0.2 \angle -53.13^\circ}{j0.125 + 0.1 + 0.12 - j0.16} = \\ &= \frac{j12.5 - 5 - j8.66 + 7.86 + j18.39}{0.22 - j0.04} = \frac{2.86 + j22.23}{0.22 - j0.04} = \frac{22.41 \angle 82.68^\circ}{0.22 \angle -9.04^\circ} = \\ &= 100.62 \angle 91.62^\circ = -3.02 + j100.57(B) \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{N'N} = 100.62 \angle 91.62^\circ = -3.02 + j100.57(B)$$

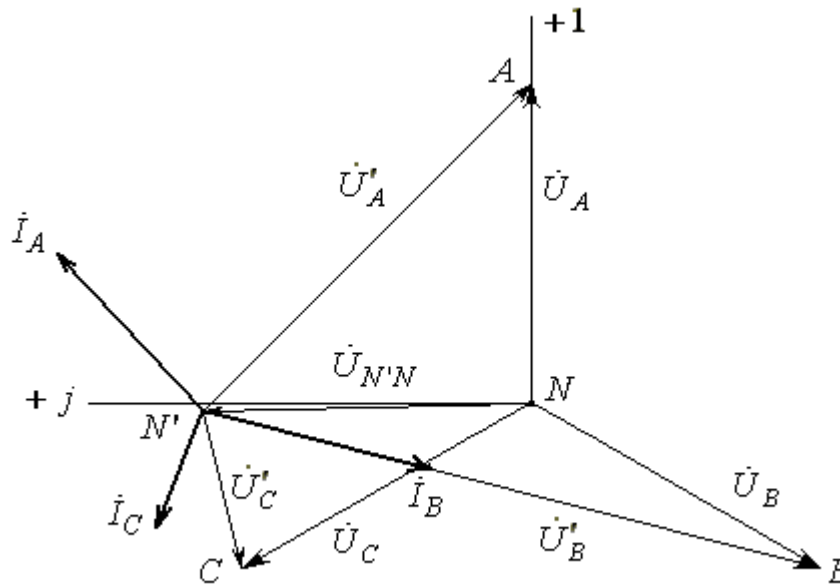


Рис. П4, б

Вольтметр покаже напругу $\dot{U}_{N'N} = 100.62(B)$, амперметр – 0. Векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг показана на Рис. П4, б.

5. Розрахунок трифазного кола у разі з'єднання навантаження трикутником (Рис. 17).

Задані фазні напруги генератора: $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$, і опори навантаження Z_{AB}, Z_{BC}, Z_{CA} .

Визначити фазні та лінійні струми: $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}, \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$.

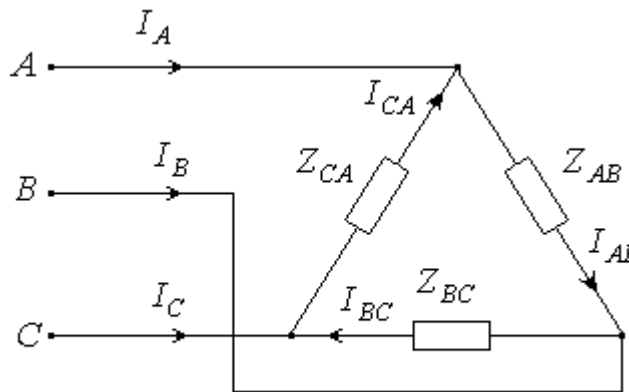


Рис. 17

Лінійні, вони ж і фазні напруги:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Виразимо лінійні напруги користуючись поворотним множником $a = e^{j120^\circ}$:

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB}, \quad U_{BC} = U_{AB} \cdot a^2, \quad U_{CA} = U_{AB} \cdot a.$$

$$\dot{U}_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = U_{AB}(1 + a^2 + a) = 0.$$

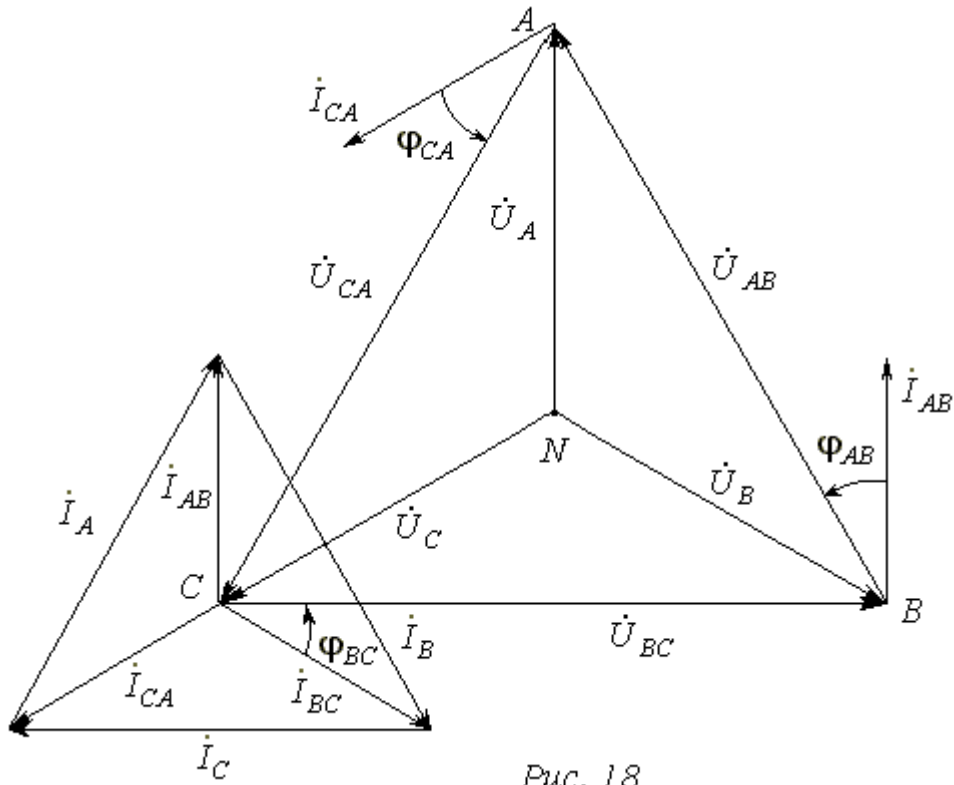


Рис. 18

Фазні струми споживача: $\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}$; $\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}$; $\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$.

Згідно першого закону Кірхгофа лінійні струми:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; & \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; & \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}; \\ \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C &= 0. \end{aligned}$$

Векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг для симетричного кола показана на Рис. 18.

$$P = \underbrace{U_{AB}}_{U_\phi} \underbrace{I_{AB}}_{I_\phi} \cos \underbrace{\varphi_{AB}}_{\varphi_\phi} + U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA}.$$

Для симетричного кола: $U_\phi = U_l$, $I_l = \sqrt{3} I_\phi$.

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = \sqrt{3} U_l \underbrace{\sqrt{3} I_\phi}_{I_l} \cos \varphi_\phi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi_\phi.$$

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi_\phi. \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} U_l I_l.$$

Сумарна комплексна потужність:

$$\tilde{S} = \dot{U}_{AB}^* \dot{I}_{AB} + \dot{U}_{BC}^* \dot{I}_{BC} + \dot{U}_{CA}^* \dot{I}_{CA} = P + jQ.$$

6. Потужність трифазного кола та її вимірювання.

Комплексна, активна та реактивна потужності трифазного генератора:

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}_A \cdot I_A^* + \dot{U}_B \cdot I_B^* + \dot{U}_C \cdot I_C^* = P + jQ; \\ P &= U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C; \\ Q &= U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C.\end{aligned}\quad (8)$$

Для симетричного трифазного кола у разі з'єднанні навантаження зіркою, або трикутником відомі співвідношення між лінійними та фазними напругами і струмами, тому для симетричного трифазного кола будь-якого із з'єднань, активна і реактивна потужності становлять:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \cos \varphi. \quad Q = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \sin \varphi.$$

Повна потужність:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} \cdot U_L I_L \underbrace{\sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}}_1 = \sqrt{3} \cdot U_L I_L. \quad S = \sqrt{3} \cdot U_L I_L.$$

Для вимірювання активної потужності застосовується ватметр, який має обмотки напруги U та струму I (Рис. 19), а його покази дорівнюють добутку напруги в обмотці U на струм в обмотці I та на косинус кута між векторами \dot{U} і \dot{I} : $W = U \cdot I \cdot \cos(\hat{U} \cdot \hat{I})$.

Струм \dot{I} і напруга \dot{U} повинні бути однаково орієнтовані відносно полюсів ватметра, маркованих зірочками.

Для вимірювання активної потужності у симетричному трифазному колі достатньо одного ватметра.

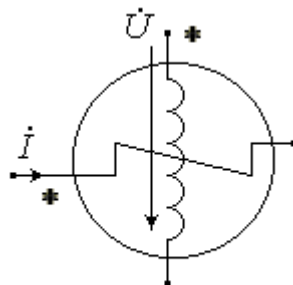


Рис. 19

На Рис. 20, а, б, в, г незалежно від типу з'єднання активна потужність трифазного кола дорівнює потроєному значенню показів ватметра $P = 3P_W$.

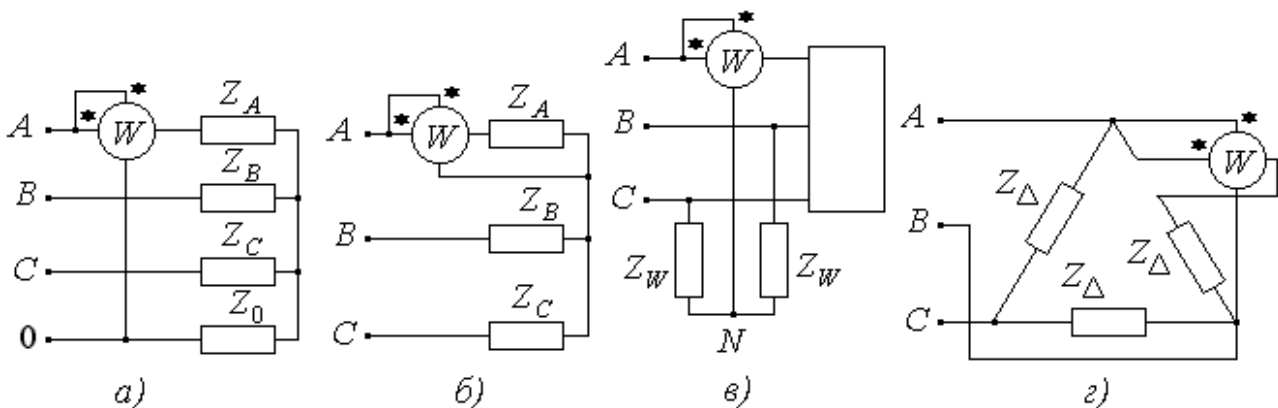


Рис. 20

У колі (Рис.20, в) створена штучна нейтральна точка N для ватметра, опори Z_W дорівнюють опору обмотки напруги ватметра

Для вимірювання реактивної потужності у симетричному трифазному колі ватметр вмикається так, як показано на Рис. 21, а.

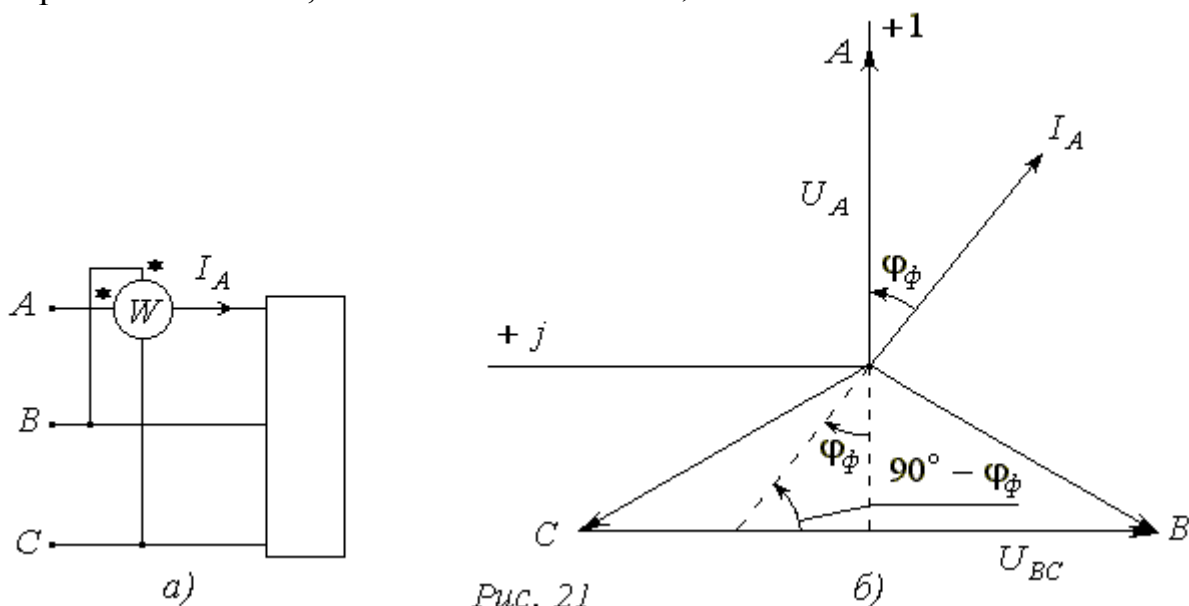


Рис. 21

Показ ватметра:

$$P_W = U_{BC} I_A \cos(\widehat{U_{BC} I_A}) =$$

або, як видно із топографічної діаграми (Рис. 21, б):

$$P_W = U_{л} I_{л} \cos(90^\circ - \varphi_\phi) = U_{л} I_{л} \sin \varphi_\phi = \frac{Q}{\sqrt{3}}.$$

$$P_W = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Отже, ватметр показує значення у корінь із трьох раз менше від реактивної потужності симетричного трифазного кола.

Для вимірювання потужності у несиметричному трифазному колі потрібно мати декілька однофазних ватметрів, або використовувати спеціальний трифазний ватметр.

а) Чотирипровідне трифазне коло.

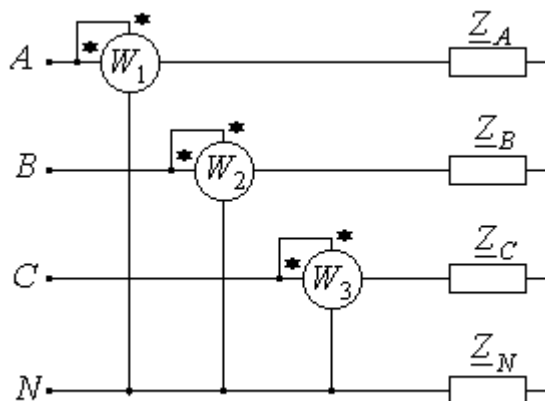


Рис. 22

У колі (Рис. 22) сума показів ватметрів $P = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3}$ дорівнює активній потужності трифазного генератора.

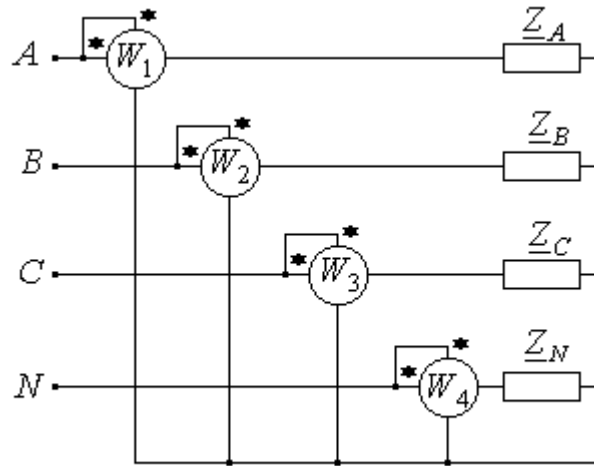


Рис. 23

У колі (Рис. 23) окремо вимірюється потужність споживача у кожній фазі і в нейтральному проводі.

Активна потужність трифазної системи: $P = P_{W_1} + P_{W_2} + P_{W_3} + P_{W_4}$.

б) Трипровідне коло.

За відсутності нейтрального проводу $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. У виразі для комплексної потужності (7,а), один із струмів можна виразити через два інших, наприклад:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^* = \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \overbrace{(-\dot{I}_A - \dot{I}_B)}^{\dot{I}_C} = \\ &= (\dot{U}_A - \dot{U}_C) \dot{I}_A^* + (\dot{U}_B - \dot{U}_C) \dot{I}_B^* = \dot{U}_{AC} \dot{I}_A^* + \dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*. \end{aligned}$$

Отже активна потужність $P = U_{AC} I_A \cos(\hat{U}_{AC} \dot{I}_A) + U_{BC} I_B \cos(\hat{U}_{BC} \dot{I}_B)$ у трипровідному колі може вимірюватись двома ватметрами (Рис. 24).

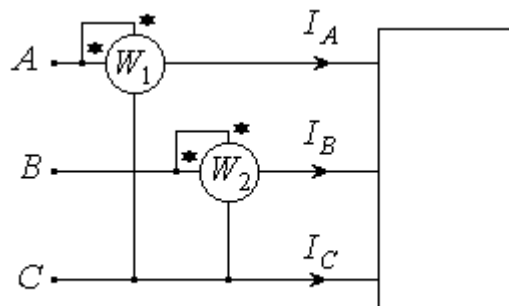


Рис. 24

Активна потужність трифазного кола дорівнює алгебраїчній сумі показів ватметрів:

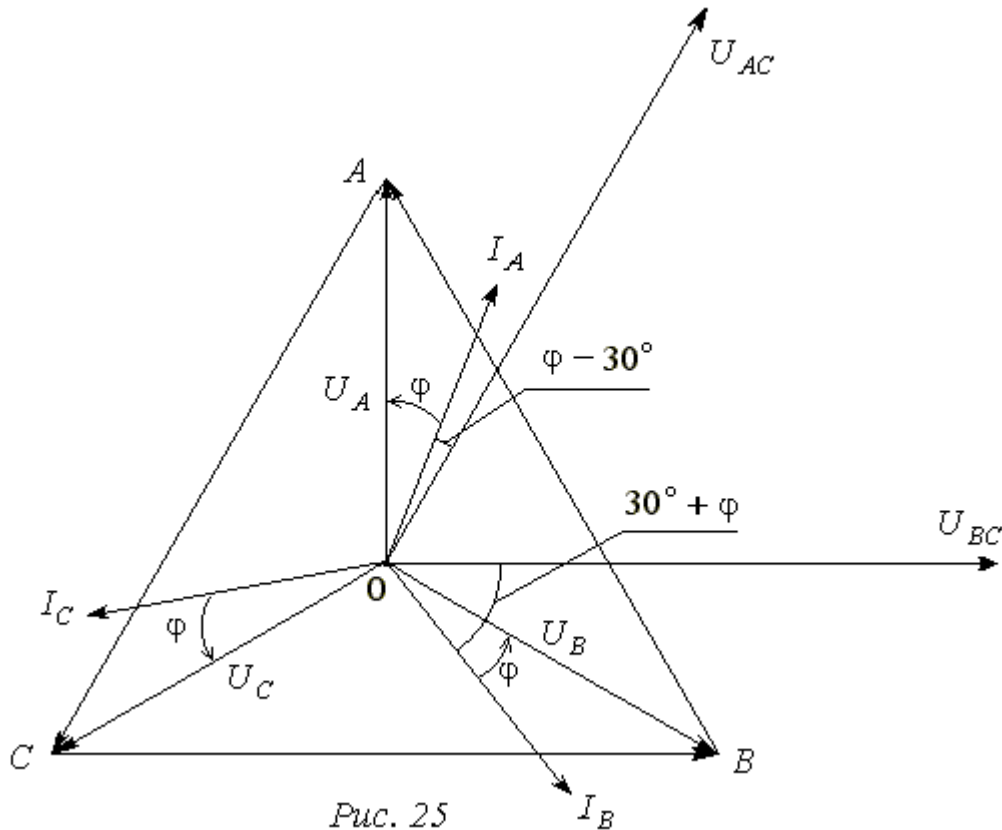
$$P = P_{W_1} + P_{W_2}.$$

Розглянемо, наприклад, трипровідне трифазне коло у разі симетричного навантаження. Векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг кола показана на Рис. 25.

Покази ватметрів:

$$P_{W_1} = U_{AC} I_A \cos(\hat{U}_{AC} \hat{I}_A) = U_{л} I_{л} \cos(\varphi - 30^\circ);$$

$$P_{W_2} = U_{BC} I_B \cos(\hat{U}_{BC} \hat{I}_B) = U_{л} I_{л} \cos(\varphi + 30^\circ).$$



Застосовуючи формулу суми косинусів:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

знаходимо суму показів ватметрів:

$$P_{W_1} + P_{W_2} = U_{л} I_{л} \left[\cos(\varphi - 30^\circ) + \cos(\varphi + 30^\circ) \right] = U_{л} I_{л} 2 \cos \varphi \cdot \underbrace{\cos(-30^\circ)}_{\frac{\sqrt{3}}{2}};$$

$$P_{W_1} + P_{W_2} = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} U_{л} I_{л} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi = P.$$

Висновок: Сума показів ватметрів для симетричного трипровідного кола дорівнює активній потужності трифазного кола.

За формулою різниці косинусів:

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

знаходимо різницю показів ватметрів:

$$P_{W_1} - P_{W_2} = U_{л} I_{л} (-2) \sin \varphi \cdot \underbrace{\sin(-30^\circ)}_{-0.5} = U_{л} I_{л} \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}.$$

$$(P_{W_1} - P_{W_2}) \sqrt{3} = U_{л} I_{л} \sin \varphi = Q.$$

Висновок: Різниця показів ватметрів помножена на $\sqrt{3}$ дорівнює реактивній потужності трифазного кола.

За показами ватметрів із трикутника потужностей (Рис. 26) визначається кут зсуву фаз φ між фазною напругою і струмом, тобто аргумент еквівалентного комплексного опору кожної з фаз.

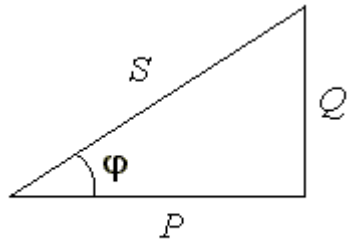


Рис. 26

$$\frac{Q}{P} = \operatorname{tg}\varphi = \left[\frac{(P_{W_1} - P_{W_2})\sqrt{3}}{P_{W_1} + P_{W_2}} \right];$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left[\frac{(P_{W_1} - P_{W_2})\sqrt{3}}{P_{W_1} + P_{W_2}} \right].$$

На Рис. 27 побудовані графіки залежності показів ватметрів P_{W_1} , P_{W_2} та активної потужності симетричного трифазного кола $P = P_{W_1} + P_{W_2}$, як функції кута φ .

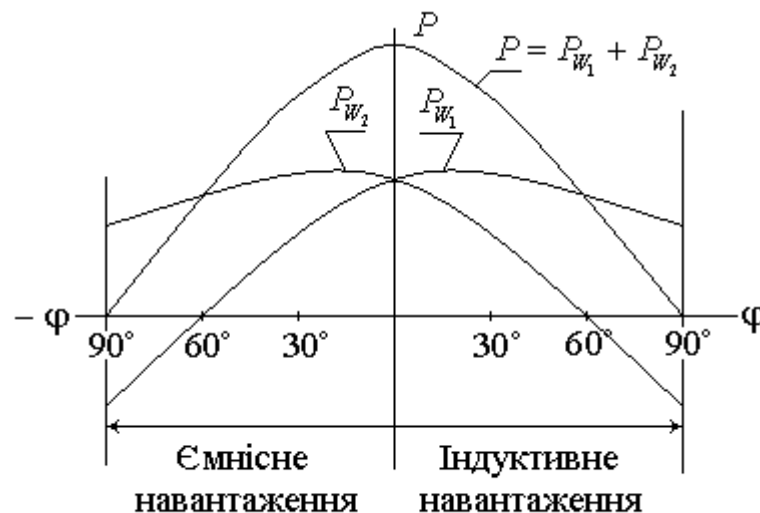


Рис. 27

Увага! Як видно із діаграми, при значенні кута $\varphi = \pm 60^\circ$ один із ватметрів показує нуль, очевидно, за значенням другого визначаються активна і реактивна потужності кола.

Оскільки для визначення сумарної активної потужності потрібно враховувати знак показів кожного із ватметрів, необхідно уважно слідкувати за правильністю увімкнення ватметрів (не переплутати полюси позначені зірочками).

Приклад 5.

У колі (Рис. П5, 1) задані: лінійна напруга $U_n = 127(\text{В})$ симетричного генератора і опори навантаження

$$\underline{Z}_{AB} = 100(\text{Ом}), \underline{Z}_{BC} = j100(\text{Ом}), \underline{Z}_{CA} = -j100(\text{Ом}).$$

Визначити активну потужність системи за показами ватметрів при

нормальному режимі та при обриві в точці B'

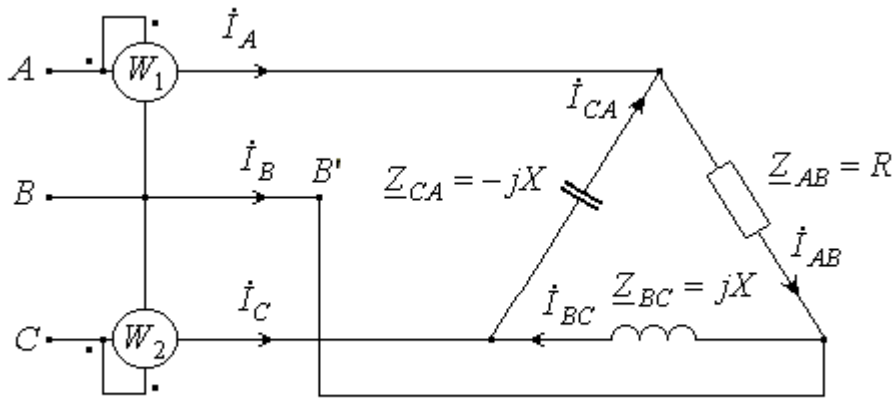


Рис. П5, 1

а) Нормальний режим.

Комплексні лінійні напруги:

$$\dot{U}_{AB} = 127(B), \quad \dot{U}_{BC} = 127 \angle -120^\circ(B), \quad \dot{U}_{CA} = 127 \angle 120^\circ(B).$$

$$\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = 127 \angle 60^\circ(B).$$

Фазні струми:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{127}{100} = 1.27(A);$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{127 \angle -120^\circ}{100 \angle 90^\circ} = 1.27 \angle -210^\circ = 1.27 \angle 150^\circ(A);$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{127 \angle 120^\circ}{100 \angle -90^\circ} = 1.27 \angle 210^\circ = 1.27 \angle -150^\circ(A).$$

Лінійні струми:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 1.27 \angle 0^\circ - 1.27 \angle -150^\circ = 1.27 - (-1.1 - j0.635) = 2.454 \angle 15^\circ(A);$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 1.27 \angle 150^\circ - 1.27 \angle 0^\circ = -1.1 + j0.635 - 1.27 = 2.454 \angle 165^\circ(A);$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 1.27 \angle -150^\circ - 1.27 \angle 150^\circ = 1.27 \angle -90^\circ(A).$$

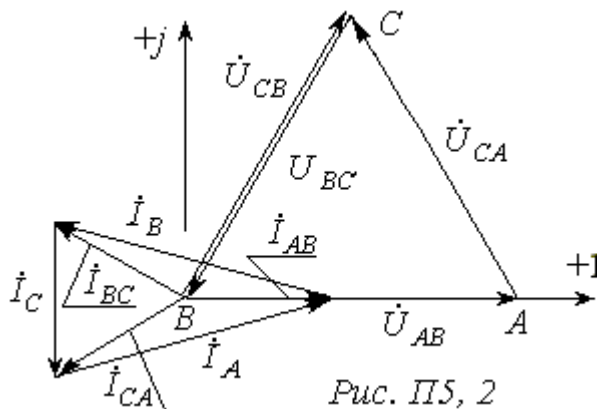


Рис. П5, 2

Діаграми напруг і струмів показані на Рис. П5, 2.

Перевіряємо правильність розрахунку за балансом потужностей.

Потужність генератора:

$$\tilde{S}_{ген.} = \dot{U}_{AB} I_{AB}^* + \dot{U}_{BC} I_{BC}^* + \dot{U}_{CA} I_{CA}^* = 127 \cdot 1.27 + 127 \angle -120^\circ \cdot 1.27 \angle -150^\circ + 127 \angle 120^\circ \cdot 1.27 \angle 150^\circ = 161.29 + j0 = P + jQ.$$

Активна та реактивна потужності споживача:

$$P_{сн.} = I_{AB}^2 \cdot R = 1.27^2 \cdot 100 = 161.29 (Вт),$$

$$Q_{сн.} = I_{BC}^2 \cdot jX + I_{CA}^2 \cdot (-jX) = 1.27^2 \cdot 100 - 1.27^2 \cdot 100 = 0.$$

Покази ватметрів:

$$P_{W1} = \text{Re}(\dot{U}_{AB} I_A^*) = 127 \angle 0^\circ \cdot 2.454 \angle -15^\circ = 301.04 - j80.66; \quad P_{W1} = 301.05 (Вт).$$

$$P_{W2} = \text{Re}(\dot{U}_{CB} I_C^*) = 127 \angle 60^\circ \cdot 1.27 \angle 90^\circ = -139.68 - j80.65; \quad P_{W2} = -139.68 (Вт).$$

Активна потужність споживача:

$$P_{сн.} = P_{W1} + P_{W2} = 301.55 - 139.68 = 161.37 (Вт).$$

б) Обрив у точці B'.

Фазні струми:

$$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC} = \frac{-\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC}} = \frac{-127 \angle 120^\circ}{100 + j100} = \frac{127 \angle -60^\circ}{141.42 \angle 45^\circ} = 0.898 \angle -105^\circ (А);$$

$$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC} = 0.898 \angle -105^\circ (А).$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{127 \angle 120^\circ}{100 \angle -90^\circ} = 1.27 \angle 210^\circ = 1.27 \angle -150^\circ (А).$$

Лінійні струми:

$$\dot{I}_A = -\dot{I}_C = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 0.898 \angle -105^\circ - 1.27 \angle -150^\circ = 0.898 \angle -15^\circ (А);$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A = 0.898 \angle 165^\circ (А).$$

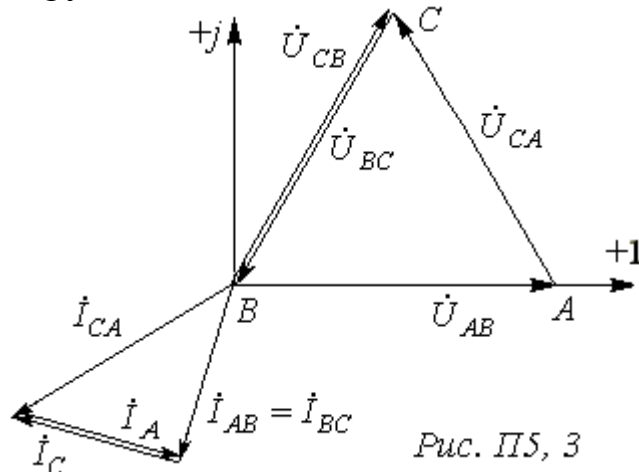
Перевірка правильності розрахунку за балансом потужностей:

$$\tilde{S}_{ген.} = \dot{U}_{CA} (-\dot{I}_{AB}^*) + \dot{U}_{CA} I_{CA}^* = 127 \angle 120^\circ \cdot 0.898 \angle -75^\circ + 127 \angle 120^\circ \cdot 1.27 \angle 150^\circ = 114.05 \angle -45^\circ = 80.65 - j80.65 = P + jQ.$$

$$P_{сн.} = I_{AB}^2 \cdot Z_{AB} = 0.898^2 \cdot 100 = 80.64 (Вт)$$

$$Q_{сн.} = -I_{CA}^2 Z_{CA} + I_{BC}^2 Z_{BC} = -1.27^2 \cdot 100 + 0.898^2 \cdot 100 = -80.65 (ВАр).$$

Діаграми напруг і струмів показані на Рис. П5, 3.



Покази ватметрів:

$$P_{W1} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{AB} I_A^*) = 127 \angle 0^\circ \cdot 0.898 \angle 15^\circ = 110.16 + j29.52; \quad P_{W1} = 110.16(\text{Вт}).$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{CB} I_C^*) = 127 \angle 60^\circ \cdot 0.898 \angle -165^\circ = -29.52 - j110.16; \quad P_{W2} = -29.52(\text{Вт}).$$

$$\text{Активна потужність споживача: } P_{cn.} = P_{W1} + P_{W2} = 110.16 - 29.52 = 80.64(\text{Вт}).$$

Приклад 6.

У симетричному трифазному колі (Рис. П6, 1), покази приладів відомі:

$$W_B = 8383.1(\text{Вт}), W_C = 4191.5(\text{Вт}), V = 220(\text{В}).$$

Визначити струми у фазах, кути зсуву фаз між фазними струмами та напругами, активну та реактивну потужності трифазної системи.

Побудувати суміщену векторну діаграму струмів та напруг.

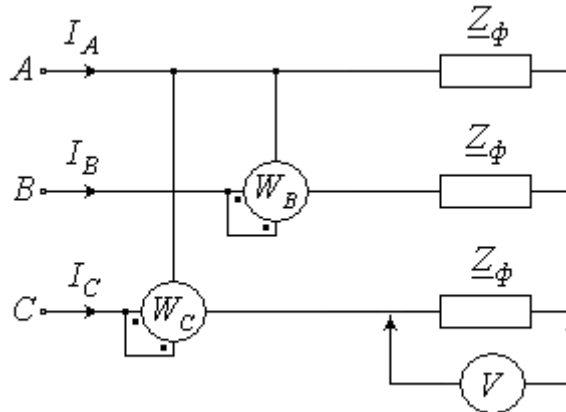


Рис. П6, 1

Активна потужність дорівнює алгебраїчній сумі показів ватметрів:

$$P = P_{W_B} + P_{W_C} = 8383.1 + 4191.5 = 12574.6(\text{Вт}).$$

Реактивна потужність кола:

$$Q = \sqrt{3}(P_{W_B} - P_{W_C}) = \sqrt{3}(8383.1 - 4191.5) = 7260.06(\text{ВАр}).$$

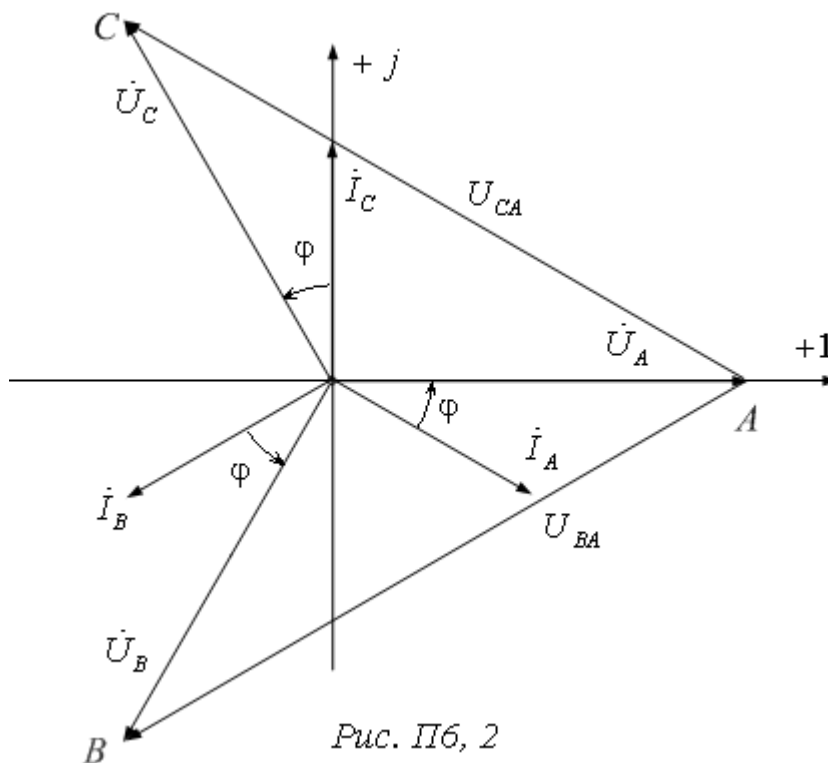


Рис. П6, 2

Кут зсуву фаз між фазними струмами та напругами:

$$\varphi = \arctg \frac{Q}{P} = \arctg \frac{7260.06}{12574} = 30^\circ.$$

На *Рис. Пб, 2* побудована векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг. Знак кута φ свідчить про те, що навантаження – активно-індуктивне.

Ватметр фази *B* ввімкнений на лінійну напругу \dot{U}_{BA} , яка відстає від фазної напруги \dot{U}_B на 30° , тобто кут напруги \dot{U}_{BA} становить $-120^\circ - 30^\circ = -150^\circ$. Такий же кут і у струму \dot{I}_B .

Вольтметр показує фазну напругу, ватметри ввімкнені на лінійну напругу, яка більша від фазної у $\sqrt{3}$.

Модуль струму фази *B*, що дорівнює струмам інших фаз, становить:

$$I_B = \frac{P_{W_B}}{U_{BA} \cos(\angle U_{BA} I_B)} = \frac{8383.1}{220 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 0^\circ} = 22(A).$$

Комплексний опір навантаження :

$$\underline{Z}_A = \frac{\dot{U}_A}{\dot{I}_A} = \frac{220e^{j0^\circ}}{22e^{-j30^\circ}} = 10e^{j30^\circ} = (8.66 + j5)(\Omega) = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C.$$

Перевірка правильності розрахунку за балансом потужностей:

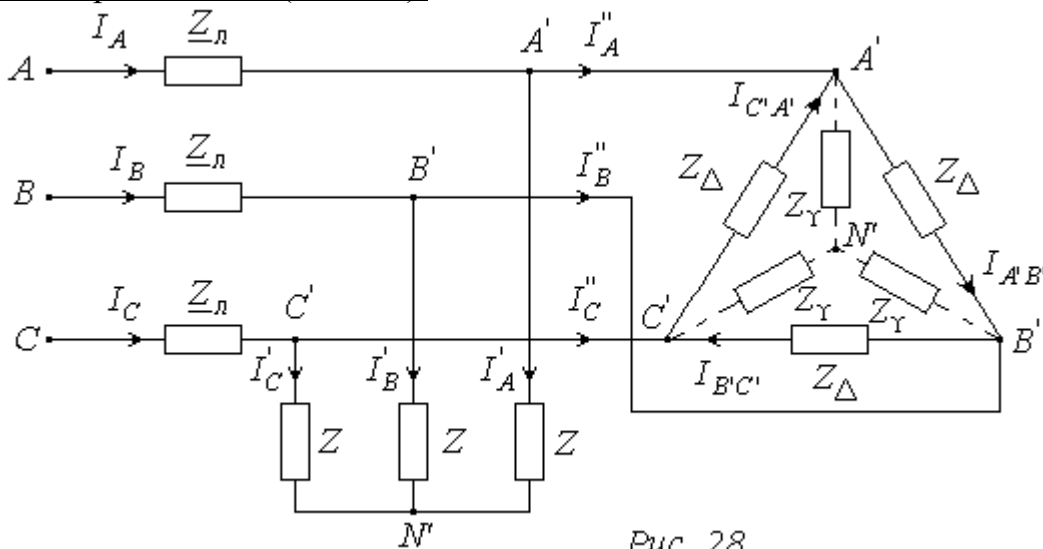
$$\tilde{S}_{ген.} = 3\dot{U}_A \dot{I}_A^* = 3 \cdot 220e^{j0^\circ} \cdot 22e^{j30^\circ} = 14520e^{j30^\circ} = 12574.69 + j7260 = (P + jQ)(ВА).$$

$$P_{сн.} = 3I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 22^2 \cdot 8.66 = 12574.32(Вт),$$

$$Q_{сн.} = 3I_A^2 \cdot X_L = 3 \cdot 22^2 \cdot 5 = 7260(ВАр).$$

7. Розрахунок складного трифазного кола.

а) Симетричне коло (*Рис. 28*).



Задані параметри кола та фазні напруги симетричного трифазного генератора $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$. Визначити струми у всіх вітках кола. Побудувати суміщену векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.

Симетричний трикутник перетворюється на симетричну зірку і схема зводиться до однієї фази *A* (*Рис. 29*), для якої ведуться розрахунки. Аналогічні

струми і напруги в фазах B і C будуть зсунуті на кути відповідно $\mp 120^\circ$.

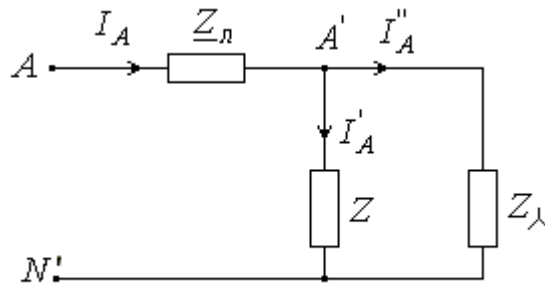


Рис. 29

$$\begin{array}{lll} \dot{I}_A & \dot{I}'_A & \dot{I}''_A \\ \dot{I}_B = \dot{I}_A a^2 & \dot{I}'_B = \dot{I}'_A a^2 & \dot{I}''_B = \dot{I}''_A a^2 \\ \dot{I}_C = \dot{I}_A a & \dot{I}'_C = \dot{I}'_A a & \dot{I}''_C = \dot{I}''_A a \end{array}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'B'} &= (\dot{I}''_A Z_\gamma - \dot{I}'_B Z_\gamma); \\ \dot{I}_{A'B'} &= \frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z_\Delta}; \quad \dot{I}_{B'C'} = a^2 \cdot \dot{I}_{A'B'}; \quad \dot{I}_{C'A'} = a \cdot \dot{I}_{A'B'}. \end{aligned}$$

Суміщена топографічна діаграма будується для однієї фази A , аналогічні діаграми для фаз B і C розвертаються відповідно на $\mp 120^\circ$ (див. Приклад 7).

б) Несиметричне трифазне коло.

Для несиметричного кола (обрив навантаження $Z_{A'B'}$ (Рис. 30) розрахунок ведеться методом еквівалентного перетворення. Послідовність згортання схеми показано на Рис. 31, 32, 33.

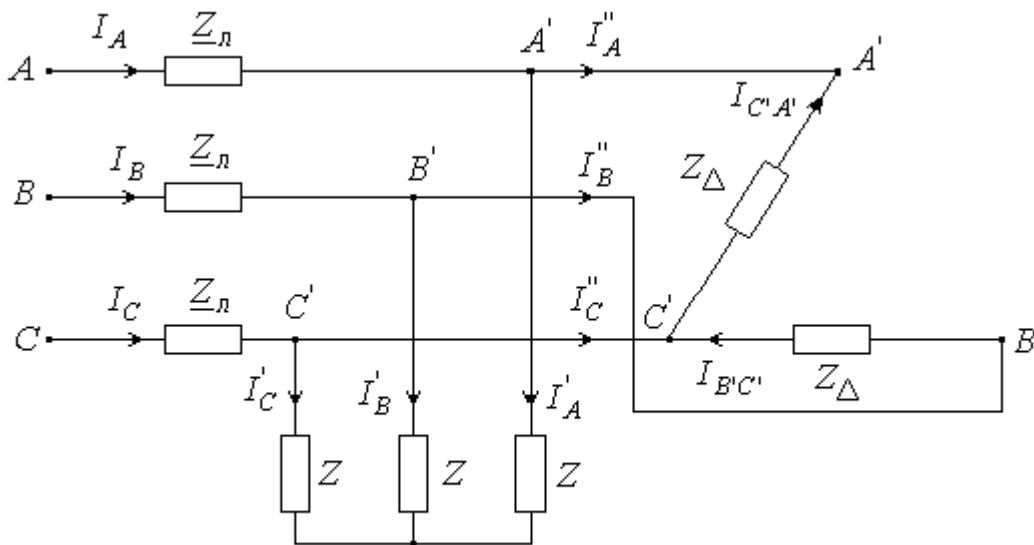


Рис. 30

Рис. 31 - перетворення симетричної зірки на симетричний трикутник з опорам Z' .

Рис. 32 - паралельне з'єднання опорів \underline{Z}'_{Π} симетричного трикутника з опорами \underline{Z}_{Δ} у вітках AC і BC.

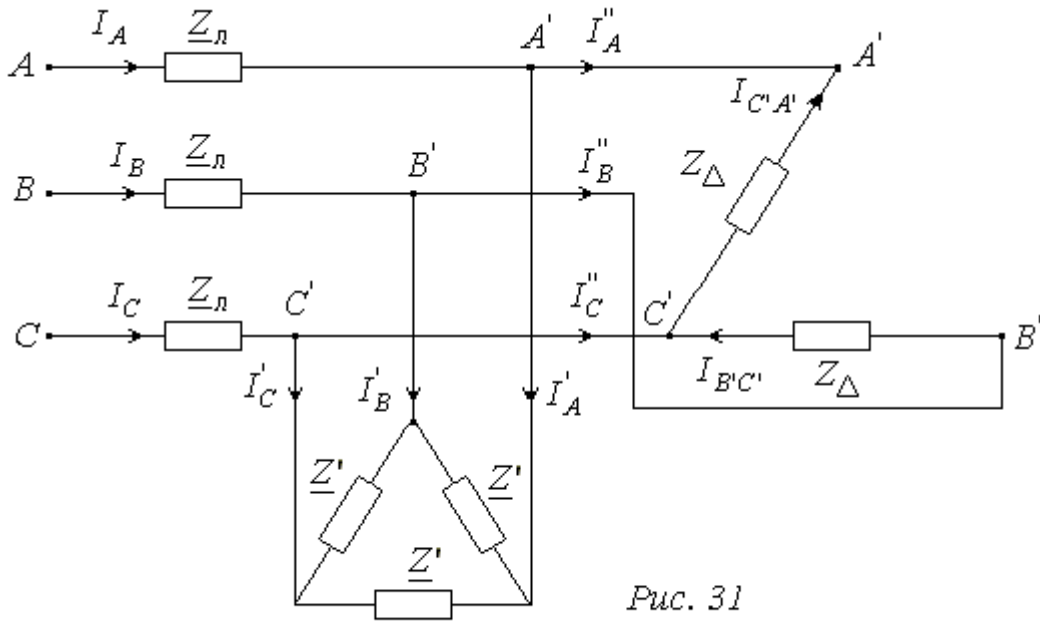
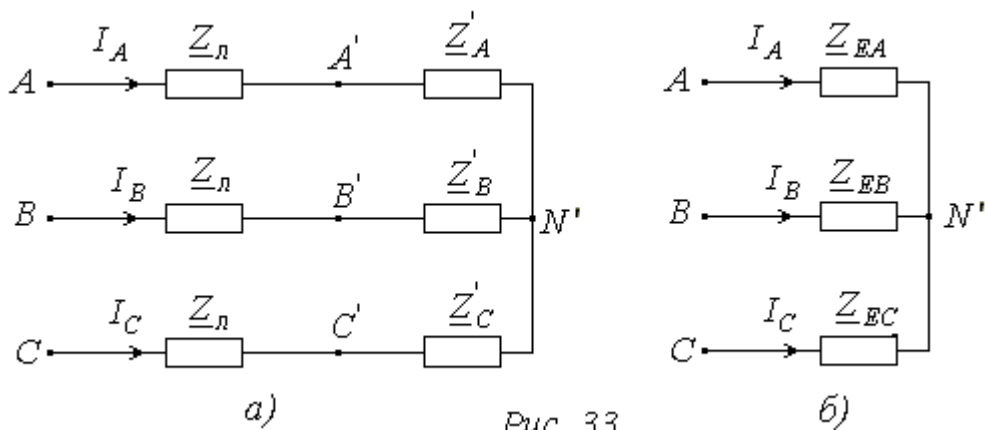
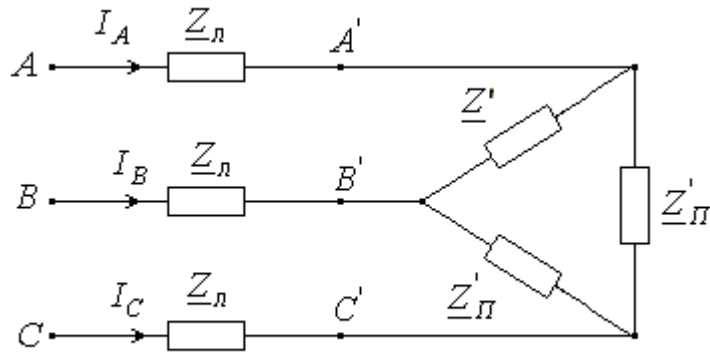


Рис. 33, а - перетворення несиметричного трикутника на несиметричну зірку з опорами $\underline{Z}'_A, \underline{Z}'_B, \underline{Z}'_C$.

Рис. 33, б - зведення всього кола до несиметричної еквівалентної зірки. Далі розрахунок ведеться так, як це було розглянуто раніше. Знаходимо напругу зміщення нейтралі $\dot{U}_{N'N}$ та фазні напруги $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$.



Лінійні струми : $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A'}{Z_{EA}}$; $\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B'}{Z_{EB}}$; $\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C'}{Z_{EC}}$.

Із схеми Рис. 33, а знаходяться напруги:

$$\dot{U}_{C'A'} = \dot{I}_C Z'_C - \dot{I}_A Z'_A;$$

$$\dot{U}_{B'C'} = \dot{I}_B Z'_B - \dot{I}_C Z'_C.$$

Із схеми Рис. 30 знаходяться струми:

$$\dot{I}_{C'A'} = -\dot{I}_A'' = \frac{\dot{U}_{C'A'}}{Z_\Delta}; \quad \dot{I}_{B'C'} = \dot{I}_B'' = \frac{\dot{U}_{B'C'}}{Z_\Delta}; \quad \dot{I}_C'' = \dot{I}_{C'A'} - \dot{I}_B'' = -\dot{I}_A'' - \dot{I}_B'';$$

$$\dot{I}'_A = \dot{I}_A - (-\dot{I}_A'') = \dot{I}_A + \dot{I}_A''; \quad \dot{I}'_B = \dot{I}_B - \dot{I}_B''; \quad \dot{I}'_C = \dot{I}_C - \dot{I}_C'';$$

Комплексна потужність генератора:

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \dot{I}'_A + \dot{U}_B \dot{I}'_B + \dot{U}_C \dot{I}'_C = P + jQ.$$

Сумарна активна потужність споживачів: $P = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k$

Сумарна реактивна потужність споживачів: $Q = \sum_{k=1}^n I_k^2 X_k$

Приклад 7.

У симетричному трифазному електричному колі (Рис. П7, 1) з параметрами:

$$\dot{U}_A = 220 \angle 30^\circ (В), R_n = 18(Ом), R = 72(Ом), X_L = 30(Ом), X_C = 63(Ом),$$

розрахувати струми у вітках, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей, визначити покази приладів, побудувати суміщену векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг.

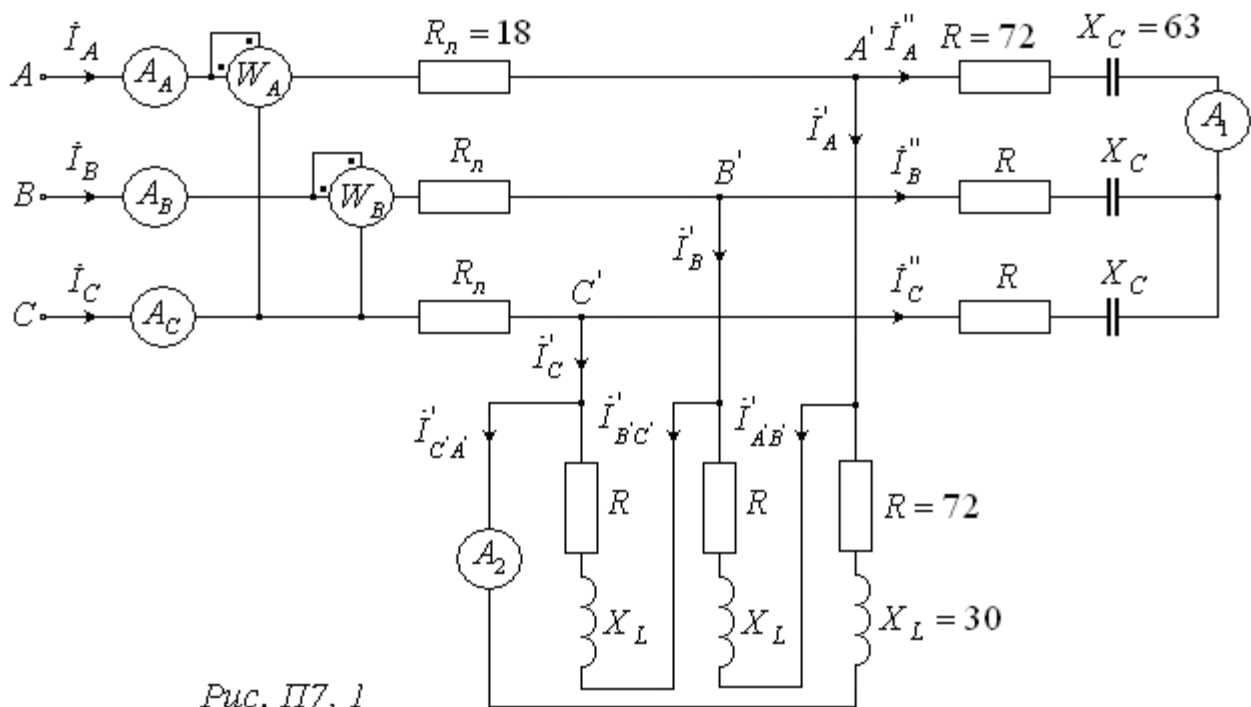


Рис. П7, 1

1. Перетворимо симетричний трикутник з опорами R, X_L на симетричну зірку (Рис. П7, 2).

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} = \frac{R + jX_L}{3} = \frac{72 + j30}{3} = R_Y + jX_{LY} = 24 + j10 = 26 \angle 22.62^\circ (\text{Ом}).$$

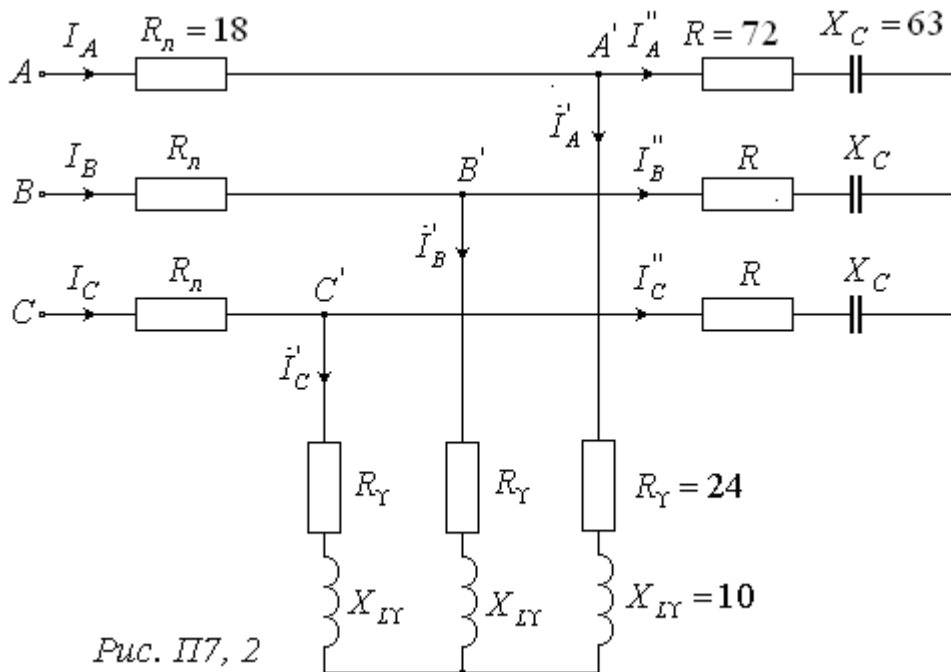


Рис. П7, 2

2. Зведемо розрахунок симетричного трифазного кола до розрахунку однієї фази A (Рис. П7, 3). Струми і напруги в фазах B і C знаходяться з умови симетрії.

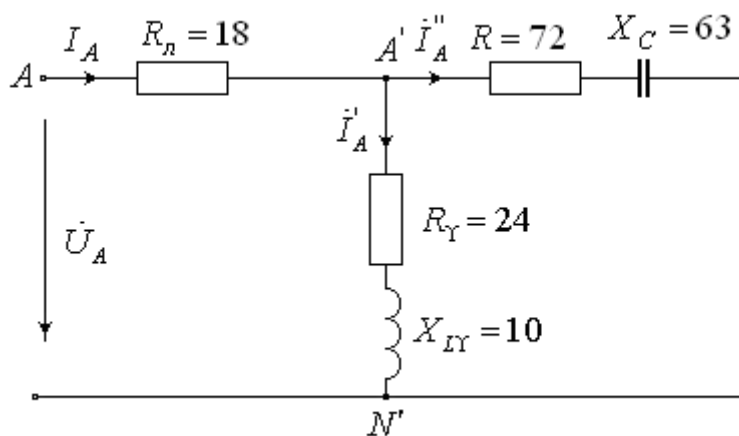


Рис. П7, 3

$$\underline{Z}_3 = R - jX_C = 72 - j63 = 95.67e^{-j41.19^\circ} (\text{Ом}),$$

$$\underline{Z}_2 = R_Y + jX_{LY} = 24 + j10 = 26e^{j22.62^\circ} (\text{Ом}),$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{23} &= \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{26e^{j22.62^\circ} \cdot 95.67e^{-j41.19^\circ}}{24 + j10 + 72 - j63} = \frac{2487.45e^{-j18.57^\circ}}{\underbrace{96 - j53}_{109.66e^{-j28.90^\circ}}} = 22.68e^{j10.34^\circ} = \\ &= 22.32 + j4.07 (\text{Ом}). \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_e = R_l + \underline{Z}_{23} = 18 + 22.32 + j4.07 = 40.32 + j4.07 = 40.52e^{j5.76^\circ} \text{ (Ом)}.$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_e} = \frac{220e^{j30^\circ}}{40.52e^{j5.76^\circ}} = 5.43e^{j24.24^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}'_A = \dot{I}_A \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 5.43e^{j24.24^\circ} \cdot \frac{95.67e^{-j41.19^\circ}}{109.66e^{-j28.90^\circ}} = 4.734e^{j11.95^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}''_A = \dot{I}_A - \dot{I}'_A = 5.43e^{j24.24^\circ} - 4.734e^{j11.95^\circ} = 1.29e^{j75.76^\circ} \text{ (А)}.$$

3. Перевірка за балансом потужностей:

$$\tilde{S}_{ген.} = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* = 220e^{j30^\circ} \cdot 5.43e^{-j24.24^\circ} = 1194.46e^{j5.77^\circ} = \underbrace{(1188.42)}_P + j\underbrace{119.98}_Q \text{ ВА},$$

$$P_{сн.} = I_A^2 \cdot R_l + (I'_A)^2 \cdot R_Y + (I''_A)^2 \cdot R = 5.43^2 \cdot 18 + 4.74^2 \cdot 24 + 1.29^2 \cdot 72 = 1189.77 \text{ (Вт)},$$

$$Q_{сн.} = (I'_A)^2 \cdot X_{LY} - (I''_A)^2 \cdot X_C = 4.74^2 \cdot 10 - 1.29^2 \cdot 63 = 119.83 \text{ (Вар)}.$$

Баланс потужностей зійшовся з достатньою точністю.

Активна потужність для 3-х фаз у три рази більше і становить $1188.42 \cdot 3 = 3565.26 \text{ (Вт)}$, в чому ми переконаємося розрахувавши і склавши покази двох ватметрів.

4. Знаходимо струми у фазах B і C:

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{-j120^\circ} = 5.43e^{j24.24^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 5.43e^{-j95.76^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{j120^\circ} = 5.43e^{j24.24^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 5.43e^{j144.24^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}'_B = \dot{I}'_A \cdot e^{-j120^\circ} = 4.734e^{j11.95^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 4.734e^{-j108.05^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}'_C = \dot{I}'_A \cdot e^{j120^\circ} = 4.734e^{j11.95^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 4.734e^{j131.95^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}''_B = \dot{I}''_A \cdot e^{-j120^\circ} = 1.29e^{j75.76^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 1.29e^{-j44.24^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}''_C = \dot{I}''_A \cdot e^{j120^\circ} = 1.29e^{j75.76^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 1.29e^{j195.76^\circ} \text{ (А)}.$$

Для визначення струмів у трикутнику визначаємо напругу $\dot{U}_{A'B'}$ (Рис. П7, 2):

$$\dot{U}_{A'B'} = \dot{I}_A \cdot \underline{Z}_Y - \dot{I}_B \cdot \underline{Z}_Y = (\dot{I}_A - \dot{I}_B) \cdot \underline{Z}_Y = (4.74e^{j11.95^\circ} - 4.74e^{-j108.05^\circ}) \cdot 26e^{j22.62^\circ} =$$

$$= 213.32e^{j64.57^\circ} \text{ (В)}, \quad \dot{I}'_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{\underline{Z}_\Delta} = \frac{213.32e^{j64.57^\circ}}{78e^{j22.62^\circ}} = 2.73e^{j41.95^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}'_{B'C'} = \dot{I}'_{A'B'} \cdot e^{-j120^\circ} = 2.73e^{j41.95^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 2.73e^{-j78.05^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{I}'_{C'A'} = \dot{I}'_{A'B'} \cdot e^{j120^\circ} = 2.73e^{j41.95^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 2.73e^{j161.95^\circ} \text{ (А)}.$$

5. Будуємо діаграму для фази A (Рис. П7, 4) (потовщені лінії), вектори струмів і напруг для фаз B і C відповідно розмістяться під кутом $\mp 120^\circ$.

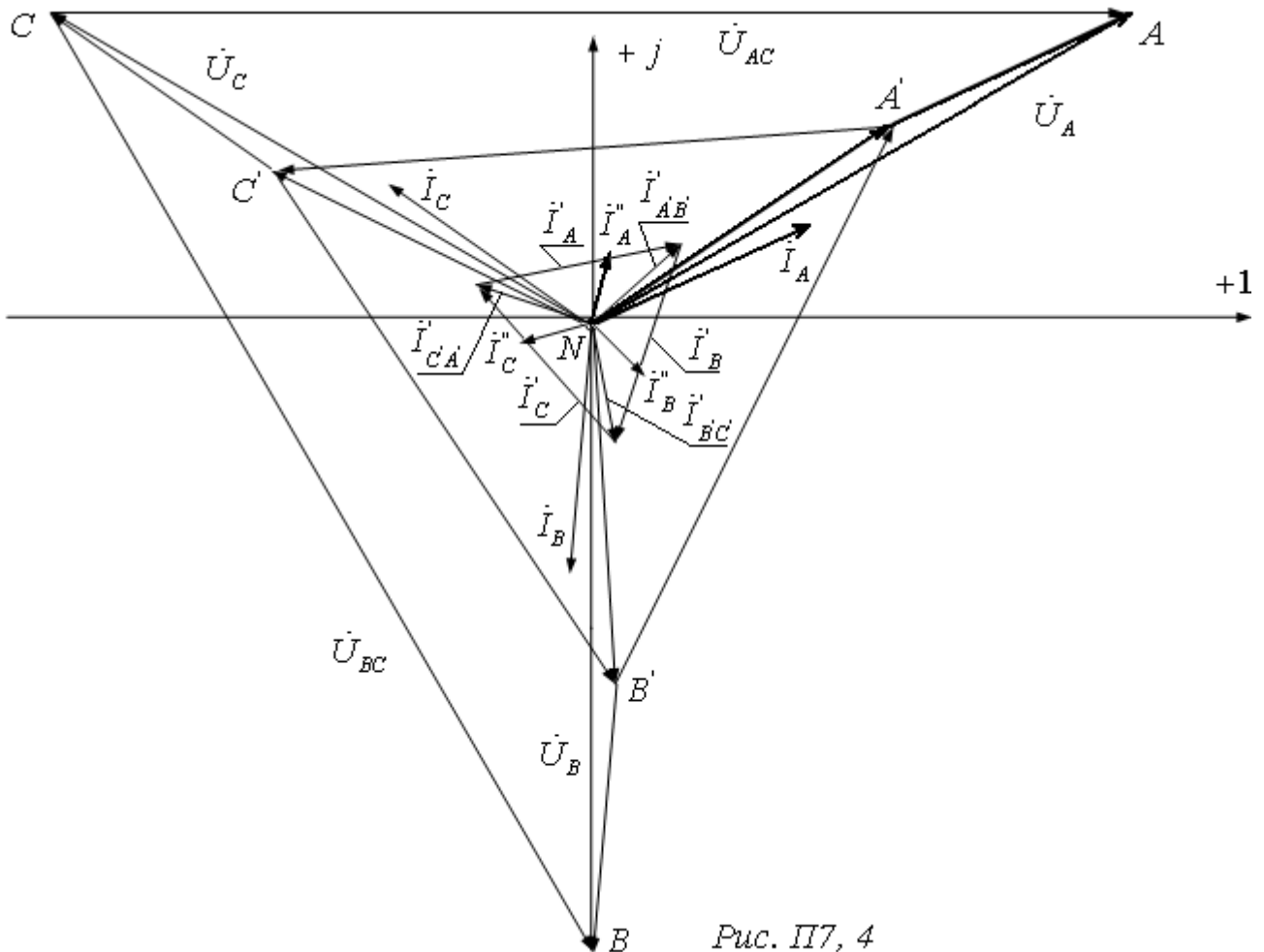


Рис. П7, 4

6. Визначаємо покази амперметрів і ватметрів:

$$A_A = A_B = A_C = I_A = 5.43(A), \quad A_1 = I''_A = 1.29(A), \quad A_2 = I'_{CA} = 2.73(A).$$

$$\begin{aligned} P_{W_A} &= \operatorname{Re}(\dot{U}_{AC} \cdot I_A^*) = \operatorname{Re}(U_A \cdot \sqrt{3}e^{j0^\circ} \cdot I_A^*) = \operatorname{Re}(220 \cdot \sqrt{3}e^{j0^\circ} \cdot 5.43e^{-j24.24^\circ}) = \\ &= \operatorname{Re}(2069.11e^{-j24.24^\circ}) = 2069.11 \cos 24.24^\circ = 1886.68(Bm), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{W_B} &= \operatorname{Re}(\dot{U}_{BC} \cdot I_B^*) = \operatorname{Re}(U_B \cdot \sqrt{3}e^{j\omega_{BC}} \cdot I_B^*) = \operatorname{Re}(220 \cdot \sqrt{3}e^{-j60^\circ} \cdot 5.43e^{j95.76^\circ}) = \\ &= \operatorname{Re}(2069.11e^{j35.76^\circ}) = 2069.11 \cos 35.76^\circ = 1679.02(Bm). \end{aligned}$$

7. Активна потужність трифазного кола :

$$P = P_{W_A} + P_{W_B} = 1886.68 + 1679.02 = 3565.7(Bm),$$

що підтверджує правильність розрахунків згідно з балансом потужностей.

Приклад 8.

У несиметричному трифазному електричному колі (Рис. П8, 1) з параметрами: $\dot{U}_A = 220 \angle 30^\circ (B)$, $R_\lambda = 18(Ом)$, $R = 72(Ом)$, $X_L = 30(Ом)$, $X_C = 63(Ом)$, розрахувати струми у вітках, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей, визначити покази ватметрів, побудувати суміщену векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг.

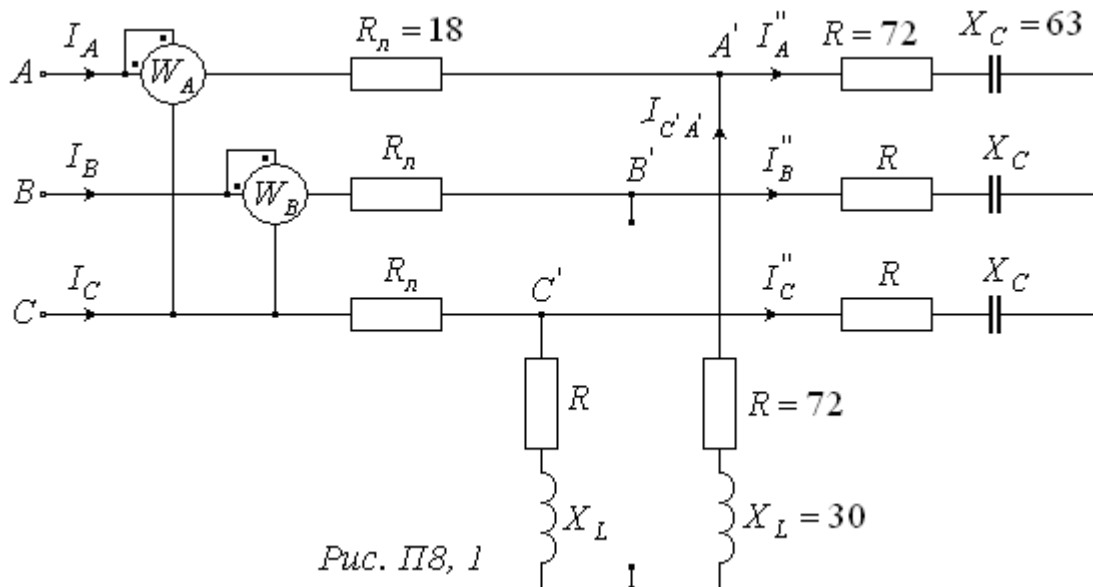


Рис. П8, 1

Позначимо: $\underline{Z}_{C'A'} = 2(R + jX_L) = 2(72 + j30) = 2 \cdot 78 \angle 22.62^\circ = 156 \angle 22.62^\circ (\text{Ом})$.

1. Перетворюємо симетричну зірку з опорами R, X_C на симетричний трикутник (Рис. 8, 2).

$$\begin{aligned} \underline{Z}_\Delta &= 3\underline{Z}_3 = 3(R - jX_C) = 3(72 - j63) = R_\Delta - jX_{C\Delta} = \\ &= 216 - j189 = 287.01 \angle -41.19^\circ (\text{Ом}). \end{aligned}$$

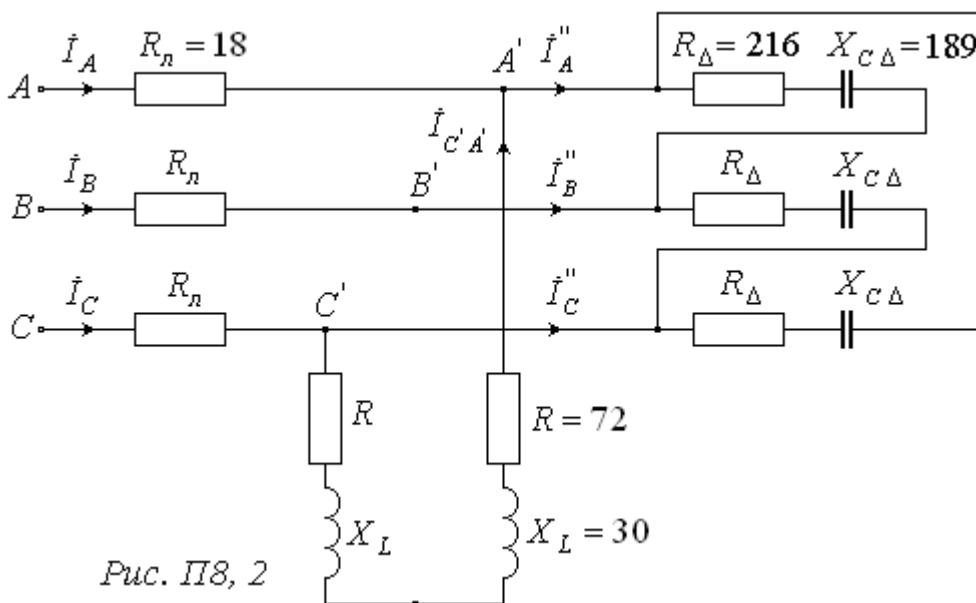


Рис. П8, 2

2. З'єднуємо паралельно вітку трикутника між точками C', A' з опорами R, X_L (Рис. П8, 3).

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_\Delta &= \frac{\underline{Z}_\Delta \cdot \underline{Z}_{C'A'}}{\underline{Z}_\Delta + \underline{Z}_{C'A'}} = \frac{287.01 \angle -41.19^\circ \cdot 156 \angle 22.62^\circ}{287.01 \angle -41.19^\circ + 156 \angle 22.62^\circ} = \frac{44773.56 \angle -18.57^\circ}{382.4 \angle -19.72^\circ} = \\ &= 117.06 + j2.34 = 117.08 \angle 1.15^\circ (\text{Ом}). \end{aligned}$$

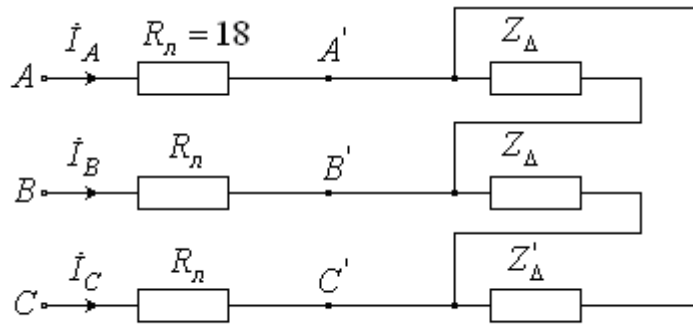


Рис. П8, 3

3. Перетворюємо трикутник на еквівалентну зірку (Рис. П8, 4).

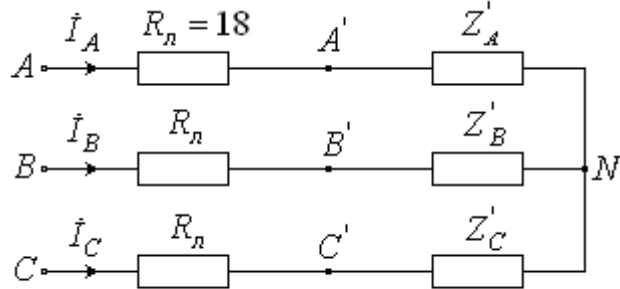


Рис. П8, 4

$$\underline{Z}'_A = \underline{Z}'_C = \frac{\underline{Z}_\Delta \cdot \underline{Z}'_\Delta}{2 \cdot \underline{Z}_\Delta + \underline{Z}'_\Delta} = \frac{287.01 \angle -41.19^\circ \cdot 117.08 \angle 1.15^\circ}{2 \cdot 287.01 \angle -41.19^\circ \cdot 117.08 \angle 1.15^\circ} =$$

$$= \frac{33603 \angle -40.04^\circ}{665.25 \angle -34.28^\circ} = 50.26 - j4.98 = 50.51 \angle -5.66^\circ (\text{Ом}).$$

$$\underline{Z}'_B = \frac{\underline{Z}_\Delta^2}{2 \cdot \underline{Z}_\Delta + \underline{Z}'_\Delta} = \frac{(287.01 \angle -41.19^\circ)^2}{2 \cdot 287.01 \angle -41.19^\circ \cdot 117.08 \angle 1.15^\circ} = \frac{82374.74 \angle -82.38^\circ}{665.25 \angle -34.28^\circ} =$$

$$= 82.86 - j92.02 = 123.83 \angle -48^\circ (\text{Ом}).$$

4. Знаходимо опори віток еквівалентної зірки (Рис. П8, 5):

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_C = R_n + \underline{Z}'_A = 18 + 50.26 - j4.98 = 68.26 - j4.98 = 68.44 \angle -4.17^\circ (\text{Ом}).$$

$$\underline{Z}_B = R_n + \underline{Z}'_B = 18 + 82.86 - j92.02 = 100.86 - j92.02 = 136.53 \angle -43.37^\circ (\text{Ом}).$$

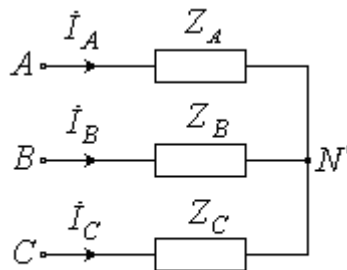


Рис. П8, 5

5. Розраховуємо напругу зміщення нейтралі:

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{220 \angle 30^\circ \frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ} + 220 \angle -90^\circ \frac{1}{136.53 \angle -42.37^\circ}}{\frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ} + \frac{1}{136.53 \angle -42.37^\circ} + \frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ}} \\
&+ \frac{220 \angle 150^\circ \frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ}}{\frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ} + \frac{1}{136.53 \angle -42.37^\circ} + \frac{1}{68.44 \angle -4.17^\circ}} = \frac{2.19 \angle 67.08^\circ}{0.04 \angle 11.55^\circ} = 35.11 + j51.14 = 62.04 \angle 55.53^\circ (B). \\
&\underline{\dot{U}_{N'N} = 62.04 \angle 55.53^\circ (B)}.
\end{aligned}$$

6. Визначаємо напруги і струми у фазах еквівалентної зірки:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} = 220 \angle 30^\circ - 62.04 \angle 55.53^\circ = 166.18 \angle 20.74^\circ (B),$$

$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{U}'_A}{\underline{Z}_A} = \frac{166.18 \angle 20.74^\circ}{68.44 \angle -4.17^\circ} = 2.43 \angle 24.915^\circ = 2.2 + j1.02 (A).$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} = 220 \angle -90^\circ - 62.04 \angle 55.53^\circ = 273.41 \angle -97.38^\circ (B),$$

$$\dot{I}'_B = \frac{\dot{U}'_B}{\underline{Z}_B} = \frac{273.41 \angle -97.38^\circ}{136.53 \angle -42.37^\circ} = 2 \angle -55.01^\circ = 1.15 - j1.64 (A).$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} = 220 \angle 150^\circ - 62.04 \angle 55.53^\circ = 233.19 \angle 165.38^\circ (B),$$

$$\dot{I}'_C = \frac{\dot{U}'_C}{\underline{Z}_C} = \frac{233.19 \angle 165.38^\circ}{68.44 \angle -4.17^\circ} = 3.41 \angle 169.55^\circ = -3.35 + j0.62 (A).$$

$$\text{Перевірка: } \dot{I}'_A + \dot{I}'_B + \dot{I}'_C = 2.2 + j1.02 + 1.15 - j1.64 - 3.35 + j0.62 = 0.$$

Напруга $\dot{U}_{C'A'}$ у колі (Рис. П8, 4):

$$\begin{aligned}
\dot{U}_{C'A'} &= \dot{I}'_C \underline{Z}'_C - \dot{I}'_A \underline{Z}'_A = 3.41 \angle 169.55^\circ \cdot 50.51 \angle -5.66^\circ - \\
&- 2.43 \angle 24.92^\circ \cdot 50.51 \angle -5.66^\circ = 281.2 \angle 178.51^\circ (B).
\end{aligned}$$

Струми споживачів (Рис. П8, 1):

$$\dot{I}_{C'A'} = \frac{\dot{U}_{C'A'}}{\underline{Z}_{C'A'}} = \frac{281.2 \angle 178.51^\circ}{156 \angle 22.62^\circ} = 1.8 \angle 155.89^\circ (A),$$

$$\dot{I}''_A = \dot{I}'_A + \dot{I}_{C'A'} = 2.43 \angle 24.915^\circ + 1.8 \angle 155.89^\circ = 1.84 \angle 72.44^\circ (A),$$

$$\dot{I}''_B = \dot{I}'_B = 2 \angle -55.01^\circ (A),$$

$$\dot{I}''_C = \dot{I}'_C - \dot{I}_{C'A'} = 3.41 \angle 169.55^\circ - 1.8 \angle 155.89^\circ = 1.71 \angle -176.02^\circ (A).$$

7. Баланс потужностей генератора і споживачів:

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_{ген.} &= \dot{U}_A^* \dot{I}_A + \dot{U}_B^* \dot{I}_B + \dot{U}_C^* \dot{I}_C = 220 \angle 30^\circ \cdot 2.43 \angle -24.92^\circ + 220 \angle -90^\circ \cdot 2 \angle 55.01^\circ + \\
&+ 220 \angle 150^\circ \cdot 3.41 \angle 169.55^\circ = 1663.02 \angle 169.55^\circ = 1599.24 - j456 = P_{ген.} + Q_{ген.}
\end{aligned}$$

$$P_{cn} = (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) \cdot R_n + [(I_A'')^2 + (I_B'')^2 + (I_C'')^2] \cdot R + I_{C'A'}^2 \cdot 2R =$$

$$= (2.43^2 + 2^2 + 3.41^2) \cdot 18 + (1.84^2 + 2^2 + 1.71^2) \cdot 72 + 1.8^2 \cdot 2 \cdot 72 = 1596.45 (Bm).$$

$$Q_{cn} = I_{C'A'}^2 \cdot 2X_L - (I_A^2 + I_B^2 + I_C^2) \cdot X_L = 1.8^2 \cdot 2 \cdot 30 - (1.84^2 + 2^2 + 1.71^2) \cdot 63 =$$

$$= -455.11(BAp).$$

8. Покази ватметрів:

$$P_{W_A} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*) = \operatorname{Re}(220 \cdot \sqrt{3} \angle 0^\circ \cdot 2.43 \angle -24.915^\circ = \operatorname{Re}(925.95 \angle -24.915^\circ) = 839.78 - j390.07. \quad P_{W_A} = 839.78(Bm).$$

$$P_{W_B} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*) = \operatorname{Re}(220 \cdot \sqrt{3} \angle -60^\circ \cdot 2 \angle 55.01^\circ = \operatorname{Re}(762.1 \angle -4.99^\circ) = 759.21 - j66.29. \quad P_{W_B} = 759.21(Bm).$$

$$P = P_{W_A} + P_{W_B} = 839.78 + 759.21 = 1598.99(Bm).$$

9. Суміщена векторна діаграма струмів і топографічна діаграма напруг побудована за результатами розрахунків і показана на Рис. П8, 6.

$$\dot{U}_{AA'} = \dot{I}_A R_{\pi} = 2.43 \angle 24.92^\circ \cdot 18 = 43.74 \angle 24.92^\circ (B),$$

$$\dot{U}_{BB'} = \dot{I}_B R_{\pi} = 2 \angle -55.01^\circ \cdot 18 = 36 \angle -55.01^\circ (B),$$

$$\dot{U}_{CC'} = \dot{I}_C R_{\pi} = 3.41 \angle 169.55^\circ \cdot 18 = 61.38 \angle 169.55^\circ (B).$$

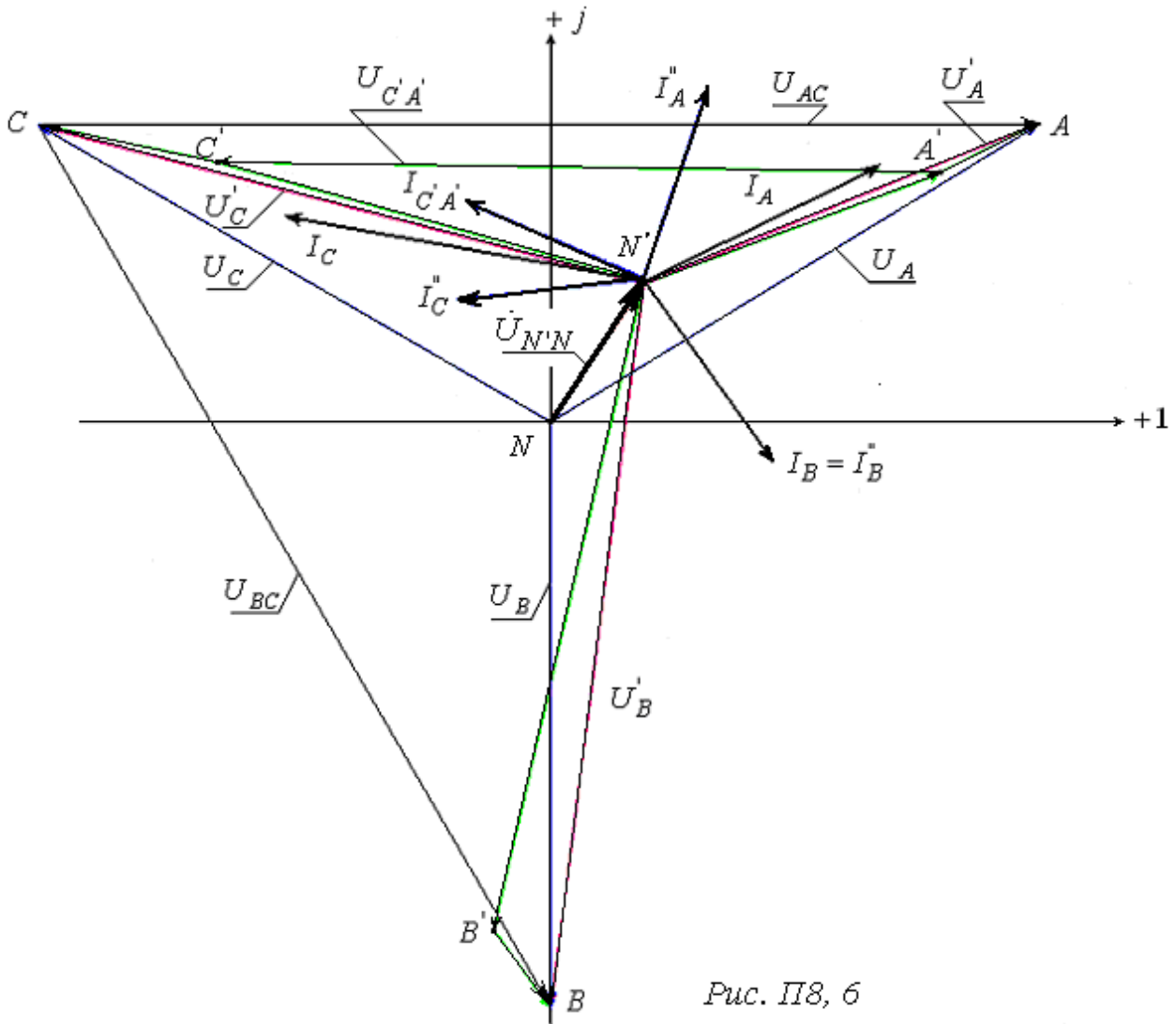


Рис. П8, 6

8. Обертове магнітне поле.

Спрощена картина магнітного поля нерухомої котушки, по витках якої протікає струм i показана на *Рис 34*.

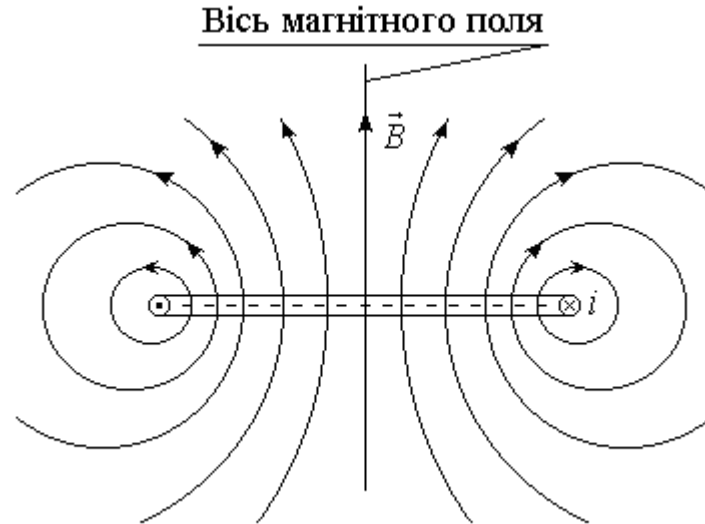


Рис. 34

Напрям, вздовж якого вектор магнітної індукції має максимальне значення називається віссю магнітного поля. Очевидно, що вісь магнітного поля, створеного струмом котушки, співпадає з геометричною віссю котушки.

Якщо струм i – синусоїдний, тобто $i = I_m \sin \omega t$, то і магнітна індукція на осі пропорціональна струму, теж буде синусоїдна: $B = B_m \sin \omega t$.

Магнітне поле за цих умов називають пульсуючим, тому що магнітна індукція на осі, змінюється протягом періоду в межах від B_m до $-B_m$.

Кожна із трьох жорстко зв'язаних між собою під кутом 120° нерухомих котушок із струмами створює пульсуюче магнітне поле. Вектори магнітної індукції пульсуючих магнітних полів на осях котушок $\vec{B}_A, \vec{B}_B, \vec{B}_C$ показані на *Рис. 35*.

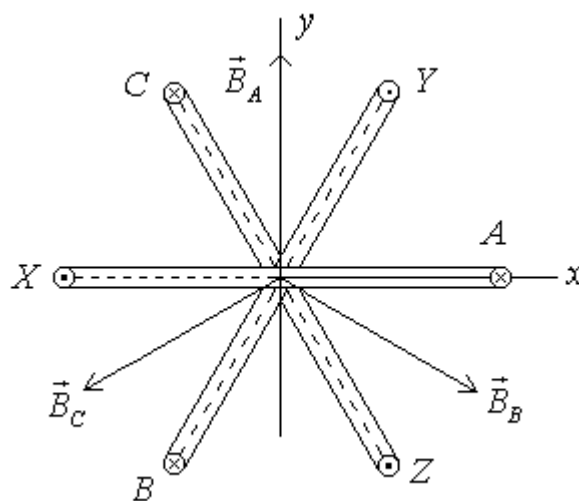


Рис. 35

Якщо струми котушок утворюють симетричну трифазну систему:

$$i_A = I_m \sin \omega t, \quad i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ),$$

то магнітна індукція на осі кожної із котушок:

$$B_A = B_m \sin \omega t, \quad B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad B_C = B_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

Алгебраїчна сума проєкцій магнітних індукцій на осі x і y декартової системи координат (Рис. 35):

$$B_x = B_B \cos 30^\circ - B_C \cos 30^\circ = B_m \cos 30^\circ \left[\sin(\omega t - 120^\circ) - \sin(\omega t + 120^\circ) \right] =$$

$$\boxed{\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$= B_m \underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left[2 \cos \omega t \cdot \underbrace{\sin(-120^\circ)}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \right] = -\frac{3}{2} B_m \cos \omega t. \quad \boxed{B_x = -\frac{3}{2} B_m \cos \omega t.}$$

$$B_y = B_A - B_B \cos 60^\circ - B_C \cos 60^\circ =$$

$$= B_m \sin \omega t - B_m \cos 60^\circ \left[\sin(\omega t - 120^\circ) + \sin(\omega t + 120^\circ) \right] =$$

$$\boxed{\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$= B_m \sin \omega t - B_m \underbrace{\cos 60^\circ}_{0.5} \left[2 \sin \omega t \cdot \underbrace{\cos(-120^\circ)}_{-0.5} \right] =$$

$$\boxed{B_y = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.}$$

$$= B_m \sin \omega t - B_m \cdot 0.5 \cdot 2 \sin \omega t \cdot 0.5 = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.$$

Визначимо модуль вектора магнітної індукції B_p і орієнтацію у просторі осі результуючого магнітного поля (Рис. 36).

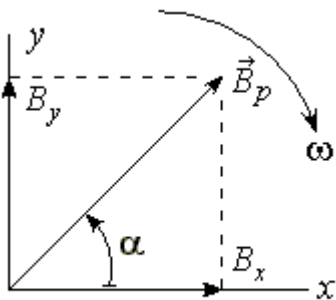


Рис. 36

$$B_p = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} B_m\right)^2 \cdot (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t)} = \frac{3}{2} B_m.$$

$$\boxed{B_p = \frac{3}{2} B_m.}$$

Кут нахилу вектора \vec{B}_p до горизонтальної осі x : $\alpha = \arctg \frac{B_y}{B_x} = -\omega t$. Отже,

модуль результуючого вектора магнітної індукції $B_p = \frac{3}{2} B_m$ не залежить від часу. Вісь магнітного поля обертається у просторі зі сталою кутовою швидкістю ω . Кінець вектора \vec{B}_p описує у просторі коло. Таке магнітне поле називається обертним коловим магнітним полем.

Розглянемо положення вектора \vec{B}_p для різних моментів часу:

1. $\omega t = 0$ (Рис. 37).

$$\vec{B}_p = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C = 0 + \left| B_m \sin(-120^\circ) \right| + B_m \sin(120^\circ).$$

Проекції \vec{B}_B і \vec{B}_C на осі x і y :

$$\vec{B}_x = \vec{B}_{Bx} + \vec{B}_{Cx} = B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 30^\circ + B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 30^\circ = 2B_m \frac{3}{4} = \frac{3}{2} B_m;$$

$$\vec{B}_y = \vec{B}_{By} - \vec{B}_{Cy} = B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 30^\circ - B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 30^\circ = 0.$$

$$\vec{B}_p = \vec{B}_x + \vec{B}_y = \frac{3}{2} B_m.$$

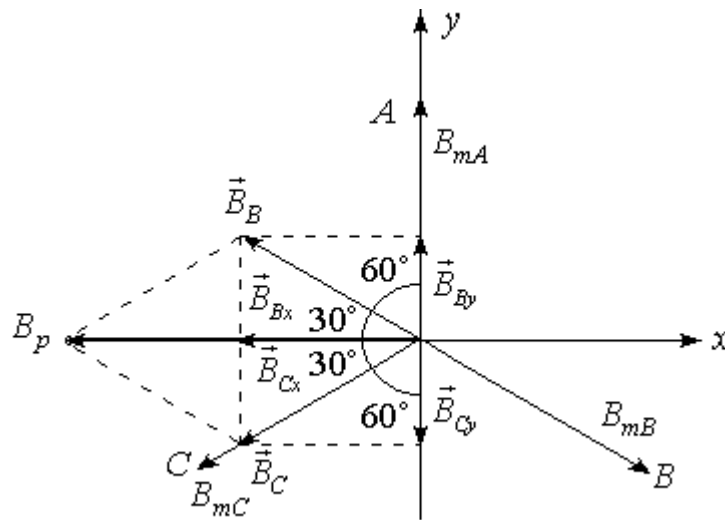


Рис. 37

2. $\omega t = \frac{\pi}{2}$ (Рис. 38).

$$\vec{B}_p = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C = B_m \sin \frac{\pi}{2} + \left| B_m \sin(-30^\circ) \right| + \left| B_m \sin(-150^\circ) \right|.$$

Проекції \vec{B}_A , \vec{B}_B , \vec{B}_C на осі x і y :

$$\vec{B}_x = \vec{B}_{Ax} + \vec{B}_{Bx} + \vec{B}_{Cx} = B_m \cos 90^\circ + \left| B_m \sin(-30^\circ) \right| \cos 30^\circ - \left| B_m \sin(-150^\circ) \right| \cos 30^\circ = 0;$$

$$\vec{B}_y = \vec{B}_{Ay} + \vec{B}_{By} - \vec{B}_{Cy} = B_m \sin \frac{\pi}{2} \cos 0^\circ + \left| B_m \sin(-30^\circ) \right| \cos 60^\circ + \left| B_m \sin(-150^\circ) \right| \cos 60^\circ =$$

$$= B_m + \frac{1}{2} B_m + \frac{1}{2} B_m = \frac{3}{2} B_m.$$

$$\vec{B}_p = \vec{B}_x + \vec{B}_y = \frac{3}{2} B_m.$$

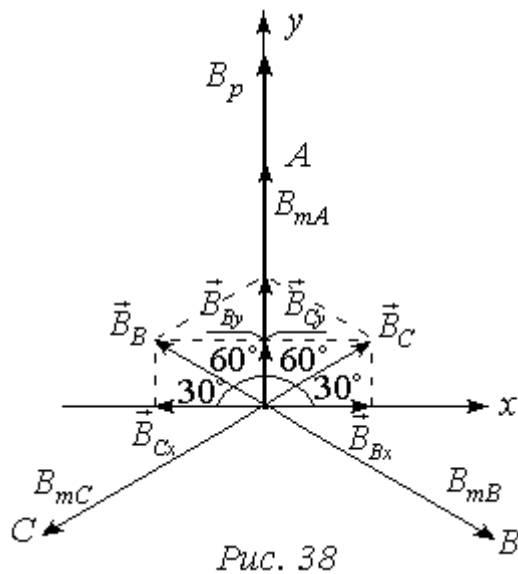


Рис. 38

Самостійно визначити B_p для моментів часу $\omega t = \pi$ і $\omega t = \frac{3}{2}\pi$ (Рис. 39, а, б).

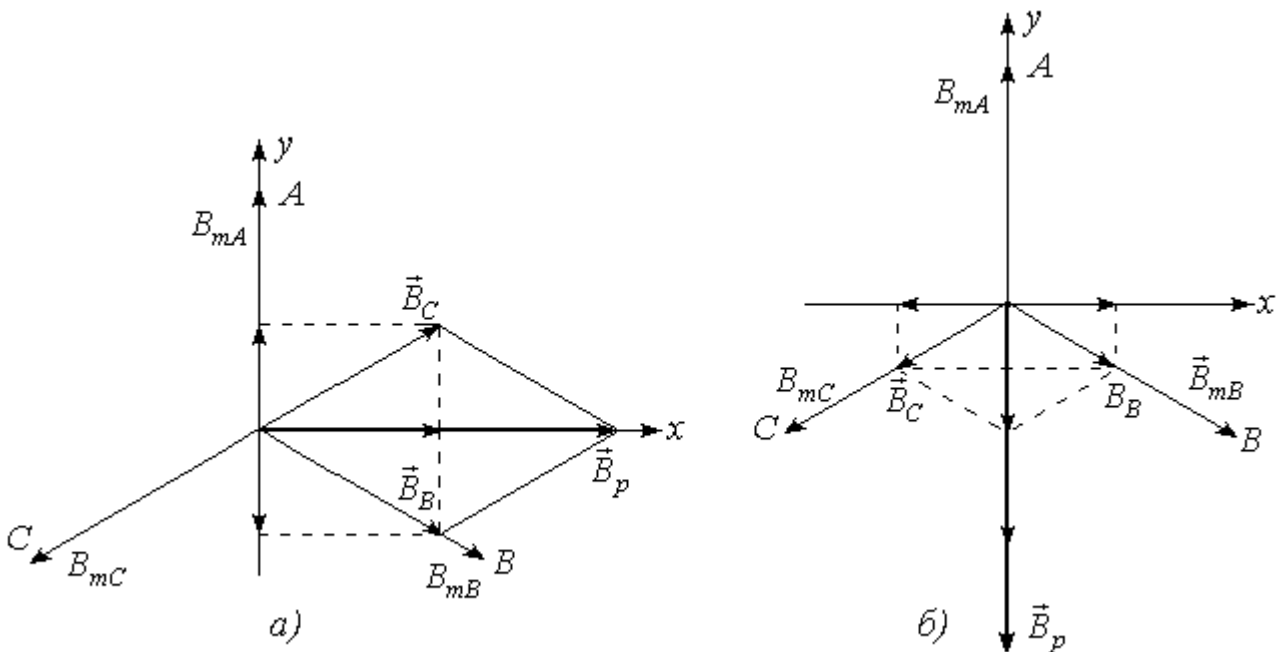


Рис. 39

Діаграми на Рис. 37 – 39 наочно показують обертання осі магнітного поля.

Нерухомі котушки, що створюють обертове магнітне поле, розміщують у пазах статора, а ротор, що знаходиться між котушками, закріплюють на осі (Рис. 3, б). Під впливом обертового магнітного поля у роторі наводяться струми, які створюють своє магнітне поле. Від взаємодії полів статора і ротора виникає сила, що приводить у рух ротор у тому напрямку, в якому обертається магнітне поле. Частота обертання ротора менше частоти обертання поля котушок, оскільки при однакових кутових швидкостях перестали б наводитись струми у роторі і, відповідно, не було б сил, що створюють обертальний момент.

Розглянутий пристрій пояснює принцип дії трифазного асинхронного двигуна. Слово «асинхронний», у перекладі з грецької мови, означає неодноразовий, тобто цим словом підкреслюється різниця частот обертання поля і ротора.

9. Розкладання несиметричних трифазних систем на симетричні складові.

Метод симетричних складових, запропонований Фортеск'ю, полягає у зображенні будь-якої несиметричної трифазної системи величин у вигляді суми симетричних систем. Застосовується він, головним чином, для розрахунку трифазних кіл у разі динамічних навантажень.

Метод базується на розкладанні трьох векторів, що утворюють несиметричну систему, наприклад, $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на симетричні складові: прямої \dot{U}_1 , зворотної \dot{U}_2 і нульової послідовностей \dot{U}_0 (Рис. 40, а, б, в).

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_0 + a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2; \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_0 + a\dot{U}_1 + a^2\dot{U}_2.\end{aligned}\quad (9)$$

Накладання цих трьох симетричних систем дає несиметричну систему $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (Рис. 40, г).

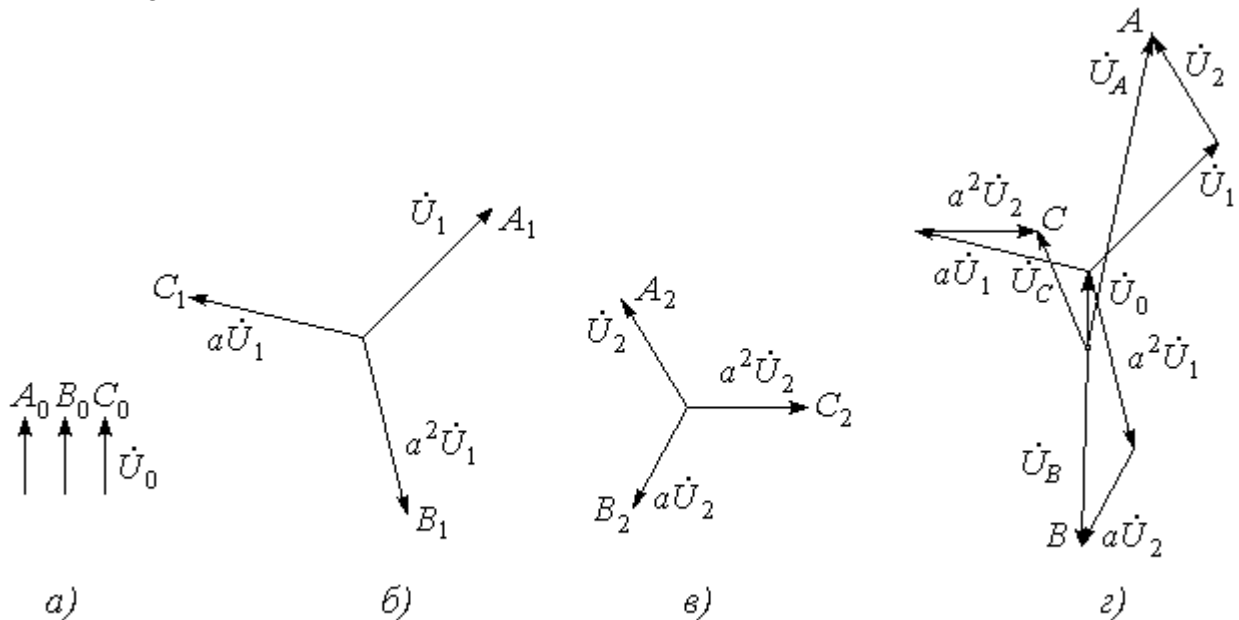


Рис. 40

Розв'язуючи систему рівнянь (9) відносно $\dot{U}_0, \dot{U}_1, \dot{U}_2$, визначимо симетричні складові заданої несиметричної системи напруг $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

Складаємо три рівняння системи і враховуємо, що $1 + a^2 + a = 0$.

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3}.$$

Множимо друге рівняння на $a = e^{j120^\circ}$, третє на $a^2 = e^{(j120^\circ) \cdot 2} = e^{-j120^\circ}$ і складаємо три рівняння враховуючи, що $a^3 = 1$, $a^4 = a$.

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C}{3}.$$

Множимо друге рівняння на a^2 , третє на a і складаємо три рівняння.

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C}{3}$$

10. Деякі особливості трифазних кіл щодо симетричних складових.

1. Оскільки струм нейтрального проводу є сумою лінійних струмів, то він дорівнює потроєному значенню струму нульової послідовності системи лінійних струмів (Рис. 41).

2. Через те, що сума лінійних напруг дорівнює нулю, система лінійних напруг не містить складових нульової послідовності.

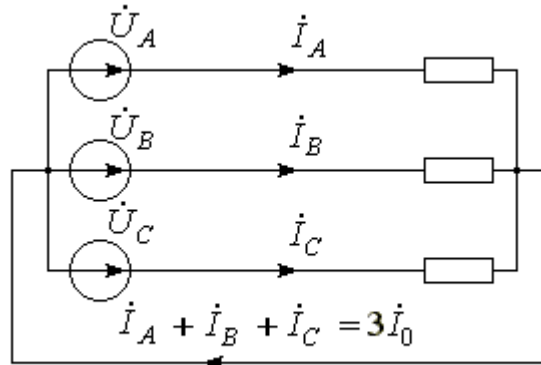


Рис. 41

3. Симетричні складові прямої та зворотної послідовностей фазних напруг споживача, з'єднаного зіркою, однозначно зв'язані з відповідними симетричними складовими підведених до нього лінійних напруг. Звідси виходить, що фазні напруги різних споживачів, з'єднаних зіркою, при одних і тих же лінійних напругах мають однакові симетричні складові прямої та зворотної послідовностей і можуть відрізнитись одна від одної тільки за рахунок симетричних складових нульової послідовності.

Якщо у разі несиметричного режиму струм в одній або в двох фазах відсутній, то сума симетричних складових струмів у цих фазах дорівнює нулю. Пояснимо це на прикладах.

У схемі, показаній на Рис. 42, фази B і C розімкнені, I_B = I_C = 0.

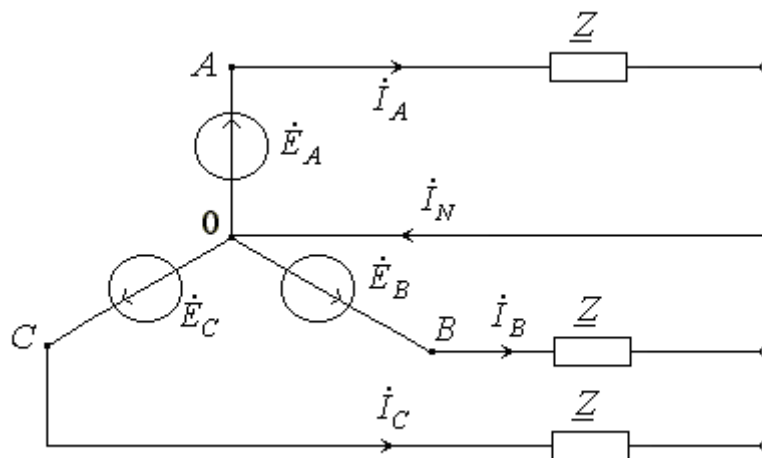


Рис. 42

За формулами для симетричних складових знаходимо:

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C}{3} = \frac{\dot{I}_A + a \cdot 0 + a^2 \cdot 0}{3} = \frac{\dot{I}_A}{3},$$

$$\dot{i}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C}{3} = \frac{\dot{I}_A + a^2 \cdot 0 + a \cdot 0}{3} = \frac{\dot{I}_A}{3},$$

$$\dot{i}_{A0} = \frac{\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C}{3} = \frac{\dot{I}_A + 0 + 0}{3} = \frac{\dot{I}_A}{3}.$$

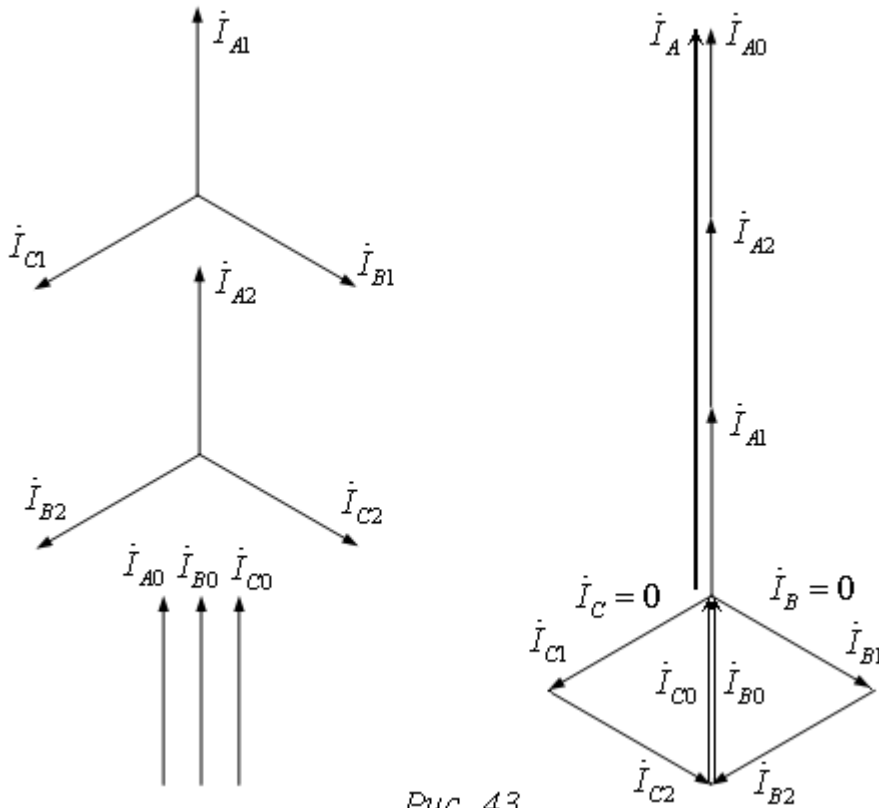


Рис. 43

На Рис. 43 побудовані векторні діаграми для систем симетричних складових струмів всіх трьох фаз та струм фази $A - \dot{I}_A$.

На діаграмі показана геометрична сума векторів симетричних складових струмів:

$$\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = \dot{I}_A; \quad \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{B0} = 0; \quad \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{C0} = 0.$$

У схемі Рис. 44 струми $\dot{I}_A = 0$; $\dot{I}_B = -\dot{I}_C$.

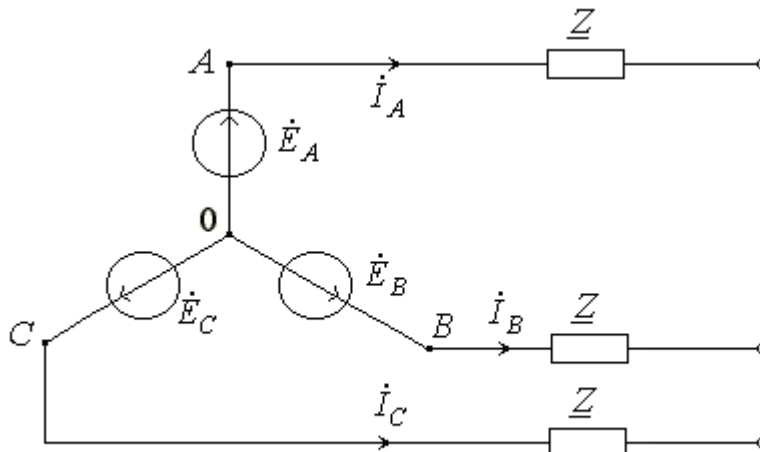


Рис. 44

За формулами для симетричних складових знаходимо:

$$\dot{i}_{A1} = \frac{a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C}{3} = \frac{\dot{I}_B(a - a^2)}{3} = \frac{j\dot{I}_B}{\sqrt{3}},$$

$$\dot{i}_{A2} = \frac{a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C}{3} = \frac{\dot{I}_B(a^2 - a)}{3} = \frac{-j\dot{I}_B}{\sqrt{3}},$$

$$\dot{I}_{A0} = 0.$$

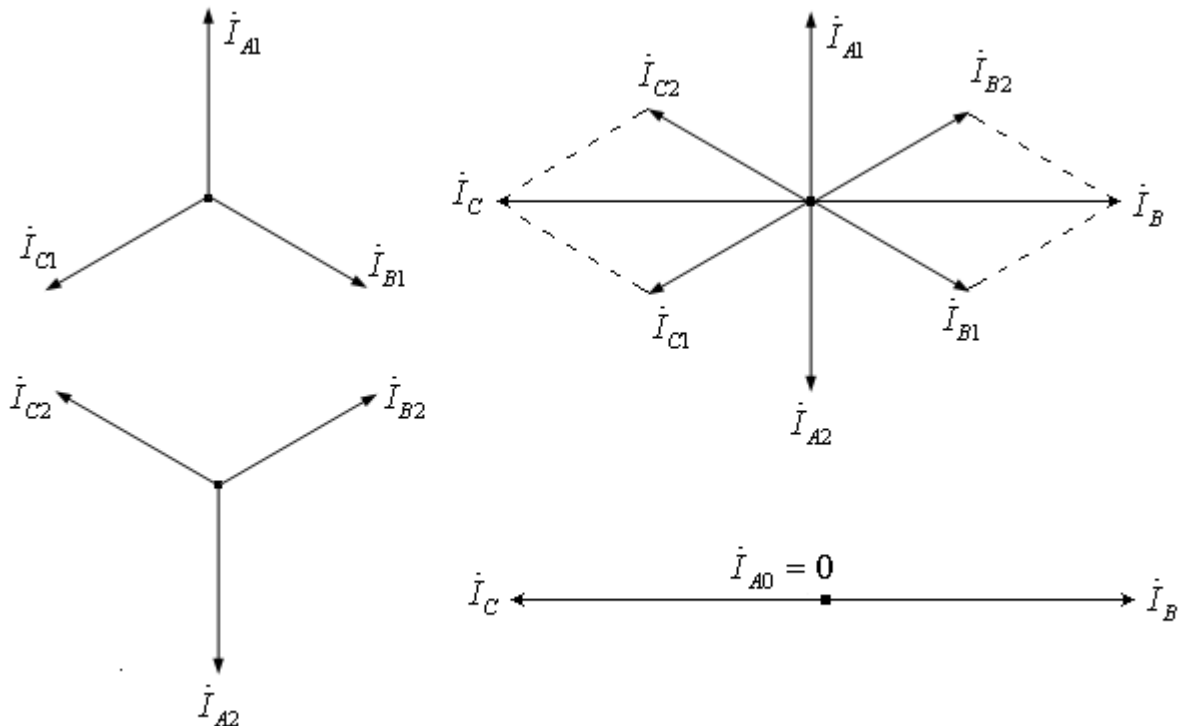


Рис. 45

На Рис. 45 побудовані векторні діаграми для прямої та зворотної систем симетричних складових струмів. На діаграмі показана геометрична сума векторів симетричних складових струмів:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 0; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2}.$$

Симетричні складові струмів та напруг не тільки можна розрахувати, а і виміряти за допомогою спеціальних вимірювальних схем – фільтрів симетричних складових струмів і напруг. Ці фільтри широко застосовуються в системах захисту електроенергетичних мереж. На Рис.46, а показана схема фільтра напруги зворотної послідовності.

Співвідношення між параметрами опорів розраховується так, щоб напруга між точками N і M дорівнювала нулю, коли система лінійних напруг симетрична. Як видно із топографічної діаграми Рис.46, б точки N і M знаходяться на перетині активних складових лінійних напруг \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} . Переконайтеся самостійно, що це можливо при такому співвідношенні між параметрами опорів фільтра:

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} = 1 \angle 60^\circ.$$

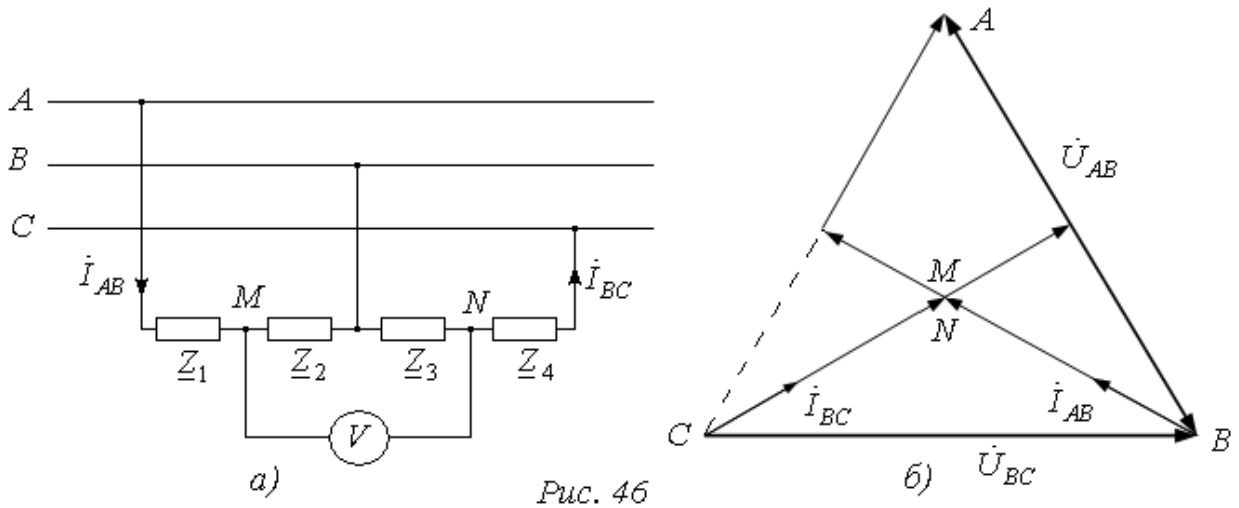


Рис. 46

11. Опори прямої, зворотної та нульової послідовностей у симетричному трифазному колі.

Якщо на симетричне трифазне навантаження (Рис. 47, а) діє несиметрична трифазна система ЕРС (Рис. 47, б) то розрахунок струмів у фазах ведеться по різному у залежності від того, статичне чи динамічне навантаження розглядається.

Задана несиметрична система розкладається на симетричні системи – нульову, пряму та зворотну послідовності фаз (Рис. 47, в, г, д).

Для статичного навантаження розрахунки ведуть методом накладання для кожної симетричної складової. Опори для прямої Z_1 , зворотної Z_2 та нульової Z_0 послідовностей - це відношення напруги відповідної послідовності до струму цієї послідовності – враховуються, як елементи еквівалентних схем для кожної з послідовностей.

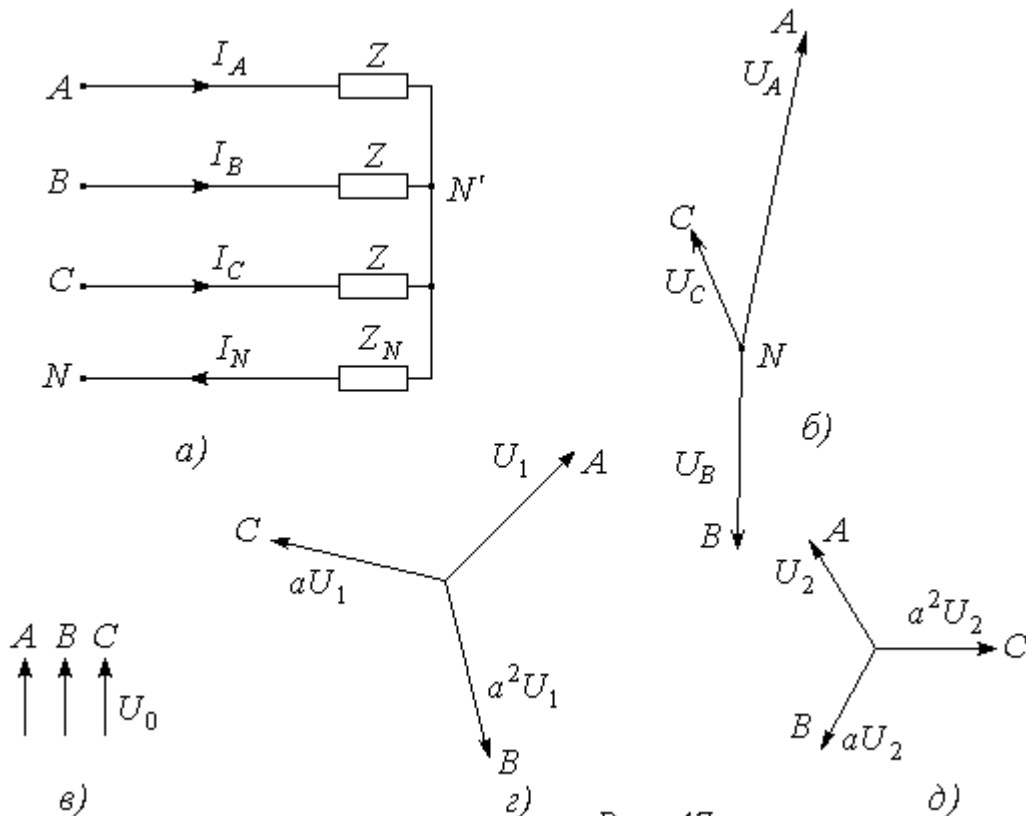


Рис. 47

Опір у нейтральному проводі не впливає на симетричні системи струмів прямої та зворотної послідовностей, тому у схемах для цих послідовностей він не фігурує.

У разі статичного навантаження, опір прямої і зворотної послідовностей чергування фаз однаковий: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}$.

Еквівалентні схеми для прямої (Рис. 48) і зворотної (Рис. 49) послідовностей мають однаковий вигляд:

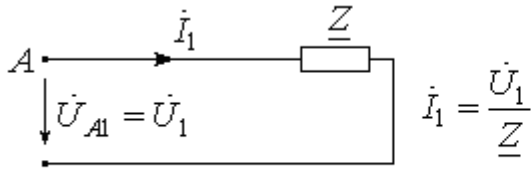


Рис. 48

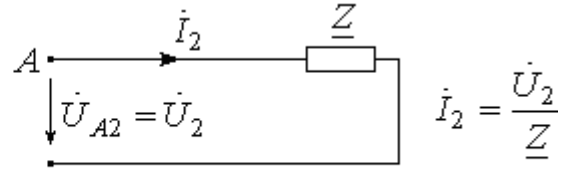


Рис. 49

Для нульової послідовності струм у нейтральному проводі $\dot{I}_N = 3\dot{I}_0$,

фазна напруга нульової послідовності $\dot{U}_0 = \dot{I}_0 \underline{Z} + \dot{I}_0 \cdot 3\underline{Z}_N$,

звідки струм нульової послідовності $\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_0}{\underline{Z} + 3\underline{Z}_N} = \frac{\dot{U}_0}{\underline{Z}_0}$.

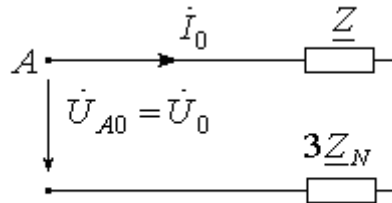


Рис. 50

Тому еквівалентна схема для нульової послідовності має вигляд (Рис. 50):
Можна вважати, що $\underline{Z}_0 = \underline{Z} + 3\underline{Z}_N$ – опір для нульової послідовності.

Струми фаз:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_0 + a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2; \quad \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3\dot{I}_0.$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_0 + a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2.$$

Для ліній електропередачі (статичний режим) – $\underline{Z}_{Л1} = \underline{Z}_{Л2} \neq \underline{Z}_{Л0}$.

Для динамічного навантаження (електричні машини) методика розрахунку аналогічна, тобто складається розрахункова схема для кожної із симетричних складових для фази А. Тільки в цьому випадку комплексні опори динамічного навантаження (двигуни) істотно відрізняються для кожної із симетричних складових. Це можна пояснити на прикладі асинхронного двигуна. При нормальному режимі роботи напрям обертання ротора співпадає з напрямом обертального поля, створеного струмами прямої послідовності, а частота його обертання менша, приблизно на 1,5 – 4%. Струми зворотної послідовності створюють своє магнітне поле, яке обертається у протилежному напрямі. Тому, при однакових значеннях прикладених симетричних напруг прямої і зворотної послідовностей і при незмінних частоті і напрямі обертання ротора струми зворотної послідовності більші від струмів прямої послідовності. Тобто опір двигуна для струмів зворотної послідовності менше опору для струмів зворотної послідовності: $Z_2 < Z_1$.

Струми нульової послідовності не зміщені у часі, а тому не створюють обертального магнітного поля. Умови для проходження струмів нульової послідовності у двигуні відрізняються від умов для проходження струмів прямої та зворотної послідовностей, тому $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_0$.

12. Розрахунок несиметричних 3-фазних кіл методом симетричних складових.

Нормальні режими 3-фазних кіл, як правило, симетричні. Несиметрію у них можуть викликати потужні однофазні навантаження (дугові електропечі, однофазні тягові двигуни). Аварійні умови також приводять до виникнення несиметричних режимів трифазних кіл.

Для розрахунків несиметричних режимів зручно користуватися принципом компенсації, замінюючи несиметричне навантаження або несиметричну ділянку в лінії джерелами ЕРС (напруг), значення яких до закінчення всіх розрахунків залишаються невідомими.

Розглянемо несиметричне трифазне коло (Рис. 51), з симетричним динамічним і несиметричним статичним навантаженнями. ЕРС генератора і опори елементів кола відомі. Потрібно розрахувати всі струми і напруги кола.

Генератор і лінію розглядаємо як симетричні системи, внутрішні опори для прямої, зворотної і нульової послідовностей різні: $\underline{Z}_{Г1}, \underline{Z}_{Г2}, \underline{Z}_{Г0}$,

$$\underline{Z}_{Л1} = \underline{Z}_{Л2}, \underline{Z}_{Л0} = \underline{Z}_{Л1} + 3\underline{Z}_N.$$

Замінюючи несиметричне навантаження трьома джерелами ЕРС з невідомими напругами $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$, одержимо схему, яка крім генератора із симетричною системою ЕРС, містить залежні джерела з несиметричними напругами $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$.

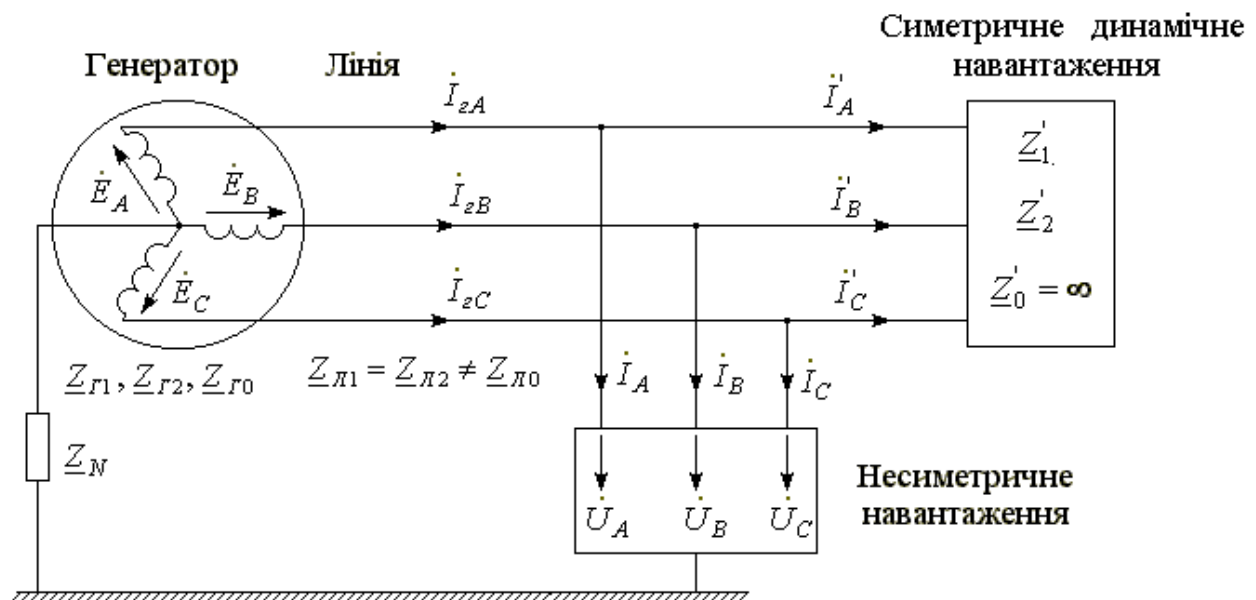


Рис. 51

Розкладаємо напруги $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ на симетричні складові $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$. Приймаючи фазу A за основну (Рис. 52), одержуємо схему, яка складається з симетричних елементів.

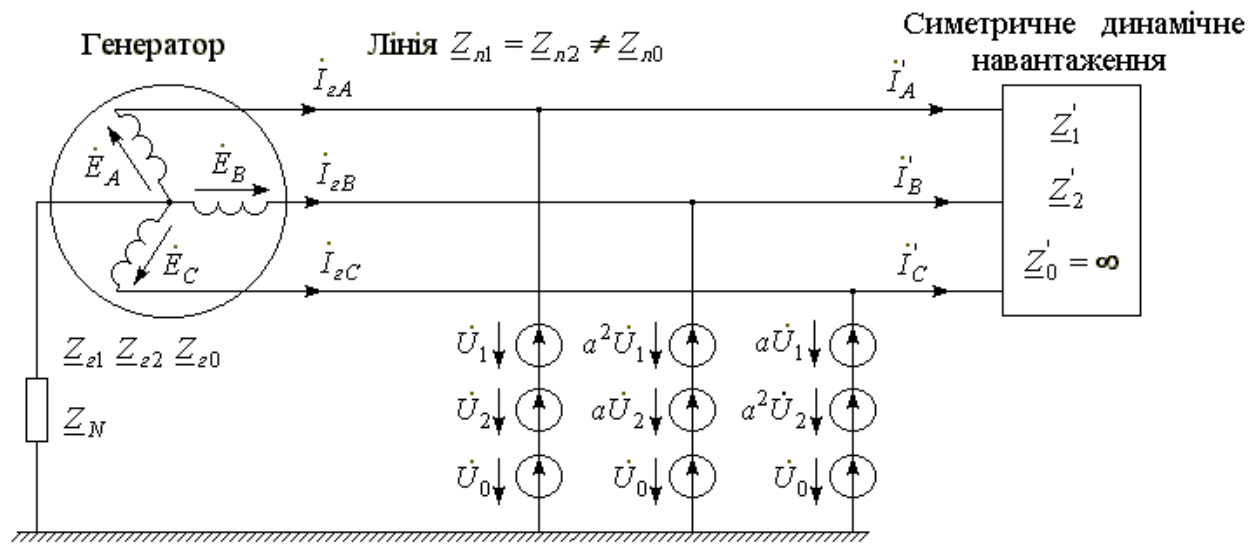


Рис. 52

У симетричному колі симетрична система напруг будь-якої послідовності викликає симетричну систему струмів тієї ж послідовності. Тобто можна скласти три незалежні схеми для кожної із послідовностей (Рис. 53, а, б, в) враховуючи те, що в симетричному навантаженні без нейтрального проводу відсутній струм нульової послідовності – $I'_{z0} = 0$.

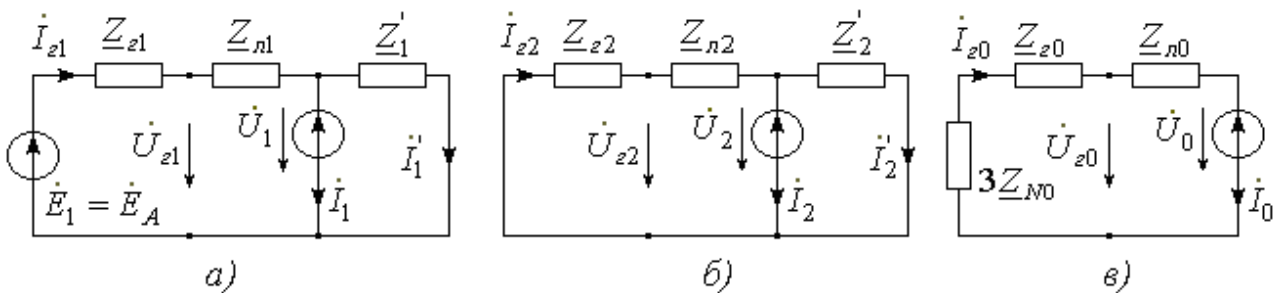


Рис. 53

Зробивши еквівалентні перетворення, спростуємо ці схеми (Рис. 54, а, б, в):

$$\dot{E}_{e1} = \frac{\dot{E}_1 \left(\frac{1}{Z_{e1} + Z_{n1}} \right)}{\frac{1}{Z_{e1} + Z_{n1}} + \frac{1}{Z'_1}}; \quad Z_{e2} = \frac{(Z_{e1} + Z_{n1}) \cdot Z'_1}{Z_{e1} + Z_{n1} + Z'_1}; \quad Z_{e0} = Z_{e0} + Z_{n0} + 3Z_N.$$

$$Z_{e1} = \frac{(Z_{e1} + Z_{n1}) \cdot Z'_1}{Z_{e1} + Z_{n1} + Z'_1}.$$

Для кожної із цих схем запишемо рівняння за другим законом Кірхгофа:

- 1) $Z_{e1} \cdot I'_1 + U_1 = \dot{E}_{e1}$;
- 2) $Z_{e2} \cdot I'_2 + U_2 = 0$;
- 3) $Z_{e0} \cdot I'_0 + U_0 = 0$.

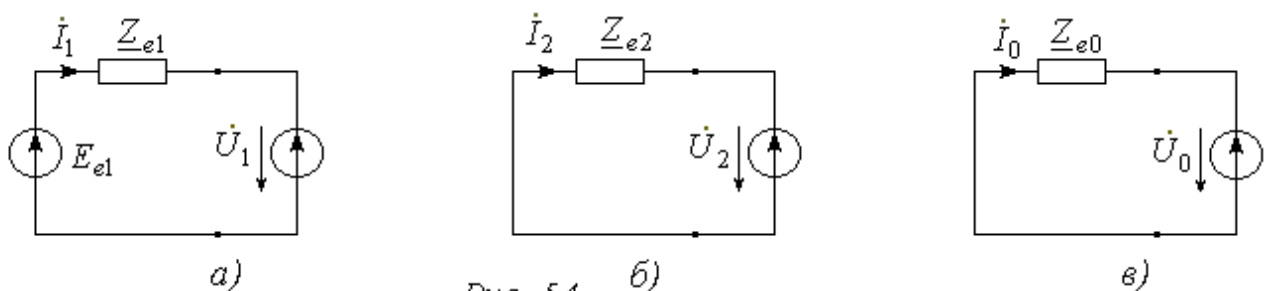


Рис. 54

В трьох рівняннях шість невідомих – $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_0, \dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_0$. Додаткові три рівняння, що зв'язують ці шість невідомих складаються виходячи з конкретного типу несиметрії і параметрів навантаження.

Складемо три додаткові рівняння для деяких випадків несиметричного навантаження:

а) Обрив проводу в фазах *B* і *C* (Рис. 55).

$$\dot{U}_A = \dot{I}_A \cdot \underline{Z}_A; \quad \dot{I}_B = 0; \quad \dot{I}_C = 0.$$

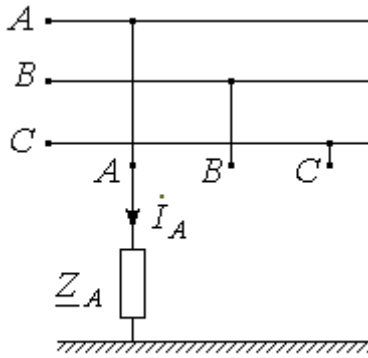


Рис. 55

або :

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0) \cdot \underline{Z}_A; \quad 4)$$

$$a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0; \quad 5)$$

$$a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0. \quad 6)$$

б) Обрив проводу в фазі *A* (Рис. 56).

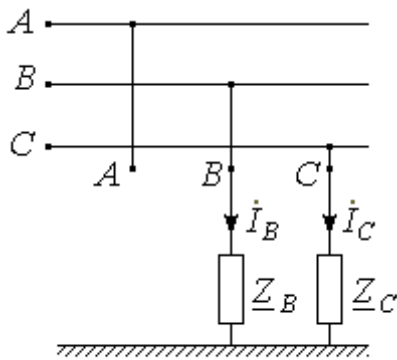


Рис. 56

$$\dot{I}_A = 0; \quad \dot{U}_B = \dot{I}_B \cdot \underline{Z}_B; \quad \dot{U}_C = \dot{I}_C \cdot \underline{Z}_C,$$

або :

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0; \quad 4)$$

$$a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = (a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0) \cdot \underline{Z}_B; \quad 5)$$

$$a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = (a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0) \cdot \underline{Z}_C. \quad 6)$$

в) Обрив у фазі *A* у разі відсутності нейтрального проводу (Рис. 57). Струм нульової послідовності відсутній, що означає $\dot{U}_0 = 0$. Досить скласти два додаткових рівняння:

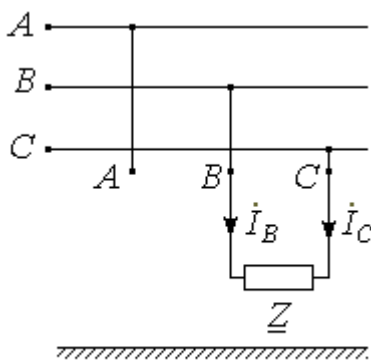


Рис. 57

$$\dot{I}_A = 0; \quad \dot{U}_B - \dot{U}_C = \dot{I}_B \cdot \underline{Z}.$$

або :

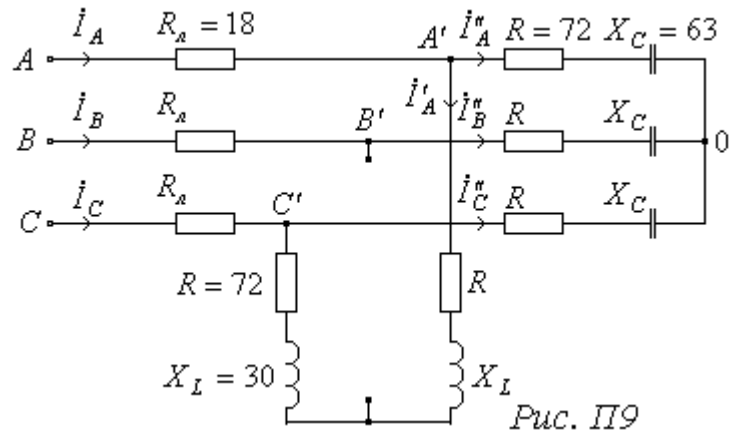
$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0; \quad 3)$$

$$(a^2 \dot{U}_1 + a \dot{U}_2) - (a \dot{U}_1 + a^2 \dot{U}_2) = (a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2) \cdot \underline{Z}. \quad 4)$$

Аналогічно складаються рівняння в інших випадках статичного несиметричного навантаження. В результаті розв'язання рівнянь Кірхгофа для схем різних послідовностей з додатковими рівняннями визначають симетричні складові струму фази A несиметричного навантаження. Потім знаходять розподіл цих складових в окремих вітках схем прямої, зворотної та нульової послідовностей. Знаючи складові струмів у будь-якій вітці, розраховують дійсний струм у кожній фазі і складові напруг різних послідовностей, а потім напруги на окремих ділянках кола.

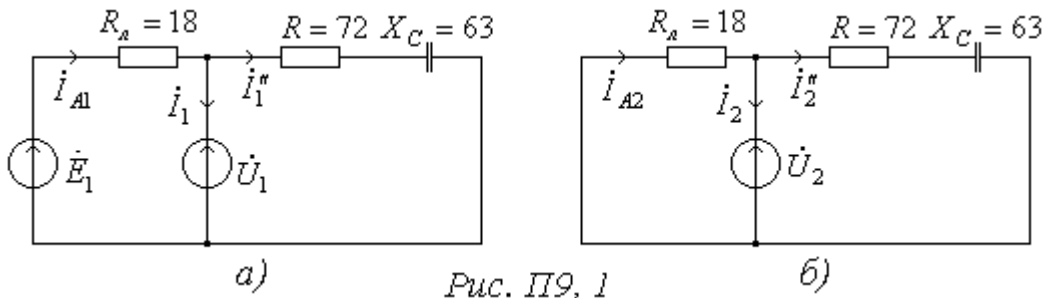
Приклад 9.

Розрахувати аварійний режим обриву фази B у колі на *Рис. П9* методом симетричних складових. Схема і параметри кола такі ж, як і у Прикладі 8.



Трифазна система ЕРС генератора симетрична і має пряму послідовність, тому $\dot{E}_1 = \dot{E}_A = 220 \angle 30^\circ (В)$. Оскільки трифазна система без нейтрального проводу то струм нульової послідовності дорівнює нулю: $\dot{I}_0 = 0$.

Схеми заміщення (фаза А) для симетричних прямої (*Рис. 9, 1, а*) та зворотної (*Рис. 9, 1, б*) складових.



Для спрощення цих кіл робимо еквівалентні перетворення:

$$\dot{E}_{e1} = \frac{\dot{E}_1 \frac{1}{R_n}}{\frac{1}{R_n} + \frac{1}{R - jX_C}} = \frac{220 \angle 30^\circ \frac{1}{18}}{\frac{1}{18} + \frac{1}{72 - j62}} = \frac{12.22 \angle 30^\circ}{0.06 \angle 6.19^\circ} = 191.56 \angle 23.81^\circ (В);$$

$$\underline{Z}_{e1} = \underline{Z}_{e2} = \frac{R_n \cdot (R - jX_C)}{R_n + R - jX_C} = \frac{18(72 - j63)}{18 + 72 - j63} = 15.68 \angle -6.19^\circ (Ом);$$

$$\underline{Z}_{CA} = 2R + j2X_L = 2 \cdot 72 + j2 \cdot 30 = 156 \angle 22.62^\circ (Ом).$$

Спрощені еквівалентні схеми заміщення кіл для прямої та зворотної послідовностей чергування фаз показані відповідно на *Рис. 9, 1, а, б*.

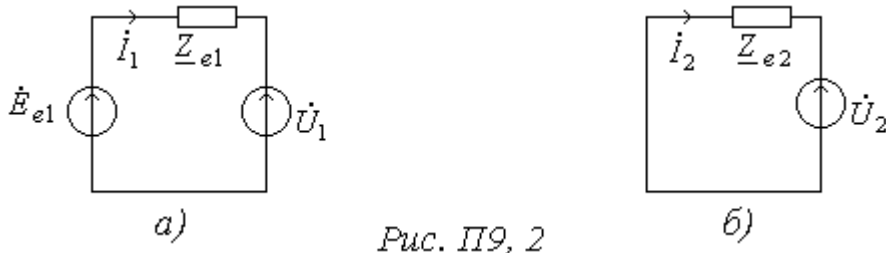


Рис. П9, 2

Основна система рівнянь для цих схем:

$$1. \quad \underline{Z}_{e1} \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}_{e1};$$

$$2. \quad \underline{Z}_{e2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0.$$

Додаткова система рівнянь:

$$3. \quad \dot{I}_B = 0, \quad \text{або:} \quad \dot{I}_1 a^2 + \dot{I}_2 a = 0;$$

$$4. \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = \underline{Z}_{CA} \dot{I}_C, \quad \text{або:} \quad \dot{U}_1 a + \dot{U}_2 a^2 - (\dot{U}_1 + \dot{U}_2) = \underline{Z}_{CA} (\dot{I}_1 a + \dot{I}_2 a^2).$$

В одержану систему рівнянь з чотирма невідомими підставляємо дані:

$$1. \quad 15.68 \angle -6.19^\circ \cdot \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 191.56 \angle 23.81^\circ;$$

$$2. \quad 15.68 \angle -6.19^\circ \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0;$$

$$3. \quad \dot{I}_1 a^2 + \dot{I}_2 a = 0;$$

$$4. \quad \dot{U}_1 a + \dot{U}_2 a^2 - \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = 156 \angle 22.62^\circ (\dot{I}_1 a + \dot{I}_2 a^2).$$

Розв'язуємо цю систему рівнянь:

$$\dot{I}_1 = 1.04 \angle 5.89^\circ (A); \quad \dot{U}_1 = 176.80 \angle 25.97^\circ (B);$$

$$\dot{I}_2 = 1.04 \angle -54.11^\circ (A); \quad \dot{U}_2 = 16.31 \angle 119.70^\circ (B).$$

За знайденими параметрами еквівалентних схем заміщення знаходимо струми і напруги еквівалентних схем (*Рис. П9, 1*) та заданого кола *Рис. П9*).

$$\dot{I}_1'' = \frac{\dot{U}_1}{R - jX_C} = \frac{176.80 \angle 25.97^\circ}{72 - j63} = 1.85 \angle 67.16^\circ. \quad \underline{\dot{I}_1'' = 1.85 \angle 67.16^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_2'' = \frac{\dot{U}_2}{R - jX_C} = \frac{16.31 \angle 119.70^\circ}{72 - j63} = 0.17 \angle 160.88^\circ. \quad \underline{\dot{I}_2'' = 0.17 \angle 160.88^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_A'' = \dot{I}_1'' + \dot{I}_2'' = 1.85 \angle 67.16^\circ + 0.17 \angle 160.88^\circ = 1.83 \angle 72.42^\circ. \quad \underline{\dot{I}_A'' = 1.83 \angle 72.42^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_B'' = \dot{I}_1'' a^2 + \dot{I}_2'' a = 1.85 \angle (67.16 - 120)^\circ + 0.17 \angle (160.88 + 120)^\circ = 1.85 \angle -52.84^\circ + 0.17 \angle -79.12^\circ = 2 \angle -55^\circ. \quad \underline{\dot{I}_B'' = 2 \angle -55^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_C'' = \dot{I}_1'' a + \dot{I}_2'' a^2 = 1.85 \angle (67.16 + 120)^\circ + 0.17 \angle (160.88 - 120)^\circ = 1.85 \angle -172.84^\circ + 0.17 \angle 40.88^\circ = 1.71 \angle -176.0^\circ. \quad \underline{\dot{I}_C'' = 1.71 \angle -176.0^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_{A1}'' = \dot{I}_1 + \dot{I}_1'' = 1.04 \angle 5.89^\circ + 1.85 \angle 67.16^\circ = 2.52 \angle 45.95^\circ. \quad \underline{\dot{I}_{A1}'' = 2.52 \angle 45.95^\circ (A).}$$

$$\dot{I}_{A2} = \dot{I}_2 + \dot{I}_2'' = 1.04 \angle -54.11^\circ + 0.17 \angle 160.88^\circ = 0.91 \angle -60.3^\circ. \quad \underline{\dot{I}_{A2} = 0.91 \angle -60.3^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 2.52 \angle 45.95^\circ + 0.91 \angle -60.3^\circ = 2.43 \angle 24.95^\circ. \quad \underline{\dot{I}_A = 2.43 \angle 24.95^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_{C1} = \dot{I}_1 a + \dot{I}_1'' a = 1.04 \angle (5.89 + 120)^\circ + 1.85 \angle (67.16 + 120)^\circ = 1.04 \angle 125.89^\circ + 1.85 \angle -172.84^\circ = 2.52 \angle 165.95^\circ. \quad \underline{\dot{I}_{C1} = 2.52 \angle 165.95^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_{C2} = \dot{I}_2 a^2 + \dot{I}_2'' a^2 = 1.04 \angle (-54.11 - 120)^\circ + 0.17 \angle (160.88 - 120)^\circ = 1.04 \angle -174.11^\circ + 0.17 \angle 40.88^\circ = 0.91 \angle 179.71^\circ. \quad \underline{\dot{I}_{C2} = 0.91 \angle 179.71^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} = 2.52 \angle 165.95^\circ + 0.91 \angle 179.71^\circ = 3.41 \angle 169.59^\circ. \quad \underline{\dot{I}_C = 3.41 \angle 169.59^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_{C'A'} = \dot{I}_C - \dot{I}_C'' = 3.41 \angle 169.59^\circ - 1.71 \angle -176.0^\circ = 1.8 \angle 155.95^\circ. \quad \underline{\dot{I}_{C'A'} = 1.8 \angle 155.95^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_B'' = 2 \angle -55^\circ. \quad \underline{\dot{I}_B = 2 \angle -55^\circ (A)}.$$

$$\dot{I}'_B = \dot{I}_1 a^2 + \dot{I}_2 a = 1.04 \angle (5.89 - 120)^\circ + 1.04 \angle (-54.11 + 120)^\circ = 1.04 \angle -114.11^\circ + 1.04 \angle 65.89^\circ = 0. \quad \underline{\dot{I}'_B = 0}.$$

Результати розрахунку повністю збігаються з раніше отриманими у Прикладі 8.

13. Вищі гармоніки в трифазних електричних колах.

Несинусоїдні періодичні ЕРС окремих фаз трифазного генератора, як правило однакові за формою, не містять постійної складової і зсунуті у часі на третину періоду, але в силу певних причин є несинусоїдними, тобто містять вищі гармоніки.

$$e_A = e_A(t) \text{ то } e_B = e_A\left(t - \frac{T}{3}\right), e_C = e_A\left(t + \frac{T}{3}\right), \text{ де } T - \text{період.}$$

Враховуючи, що $k \frac{\omega T}{3} = k \frac{2\pi}{3} = k \cdot 120^\circ$, розглянемо гармоніку з номером k ЕРС кожної із фаз :

$$e_{Ak} = E_{mk} \sin(k\omega t + \psi_k);$$

$$e_{Bk} = E_{mk} \sin\left[k\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi_k\right] = E_{mk} \sin(k\omega t - k \cdot 120^\circ + \psi_k);$$

$$e_{Ck} = E_{mk} \sin\left[k\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \psi_k\right] = E_{mk} \sin(k\omega t + k \cdot 120^\circ + \psi_k).$$

Аналізуючи одержані вирази, робимо висновок: гармоніки з номерами, для яких $k \bmod 3 = 1$, тобто $k = 1, 4, 7, 10, 13, \dots$, утворюють симетричні трифазні системи прямої послідовності, гармоніки з номерами, для яких $k \bmod 3 = 2$, тобто $k = 2, 5, 8, 11, 14, \dots$, утворюють симетричні трифазні системи зворотної послідовності, гармоніки з номерами, для яких $k \bmod 3 = 3$, тобто $k = 3, 6, 9, 12, \dots$, утворюють симетричні трифазні системи нульової послідовності.

Розглянемо особливості різних структур трифазних кіл у разі несинусоїдних ЕРС.

1. З'єднання трифазного генератора трикутником (Рис. 58).

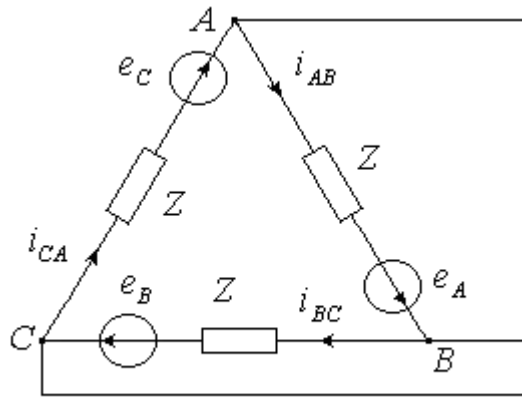


Рис. 58

Через кожен фазу генератора за відсутності навантаження проходить струм, викликаний гармоніками нульової послідовності:

$$I_k = \frac{3E_k}{3Z_{\Gamma(k)}} = \frac{E_{3k}}{Z_{\Gamma(k)}}; \text{ де } k = 3, 6, 9, 12, \dots$$

Струми всі інших гармонік не проходять, тому що сумарна ЕРС цих гармонік у контурі трикутника дорівнює нулю.

Діюче значення фазного струму генератора за відсутності навантаження:

$$I_\phi = \sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + \dots}$$

Діюче значення фазного струму генератора у разі симетричного навантаження:

$$I_\phi = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + I_5^2 + \dots}$$

В лінійні напругі гармоніки, що утворюють нульову послідовність, відсутні, тому що ЕРС компенсуються напругами на внутрішніх опорах.

$$\dot{U}_{AB(k)} = -\dot{E}_k + \dot{I}_{AB(k)} \underline{Z}_{(k)} = -\dot{E}_k + \frac{\dot{E}_k}{\underline{Z}_{(k)}} \underline{Z}_{(k)} = 0.$$

Лінійні струми у зовнішньому колі:

$$I_l = \sqrt{3} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_4^2 + I_5^2 + \dots} \text{ отже } I_l < \sqrt{3} I_\phi.$$

Вольтметр, увімкнений так, як показано на Рис. 59 вимірює напругу гармонік нульової послідовності чергування фаз: $V = 3\sqrt{E_3^2 + E_6^2 + E_9^2 + \dots}$

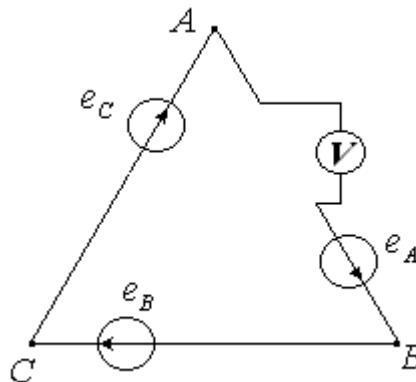


Рис. 59

2. З'єднання трифазного генератора зіркою (Рис. 60).

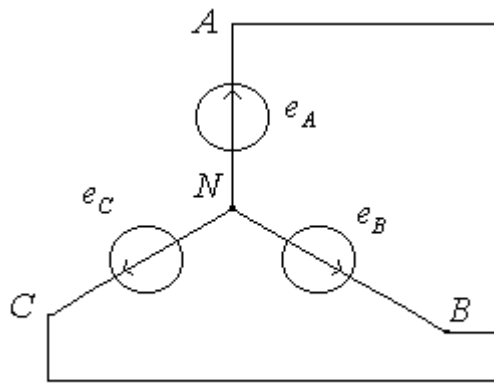


Рис. 60

Якщо навантаження відсутнє, то за наявності всіх гармонік у фазній напрузі:

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + U_5^2},$$

в лінійній напрузі відсутні гармоніки нульової послідовності чергування фаз.

Отже, діюче значення лінійної напруги:

$$U_{л} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2 + U_5^2}; \quad U_{л} < \sqrt{3}U_{\phi}$$

Якщо навантаження з'єднане зіркою без нейтрального проводу (Рис. 61),

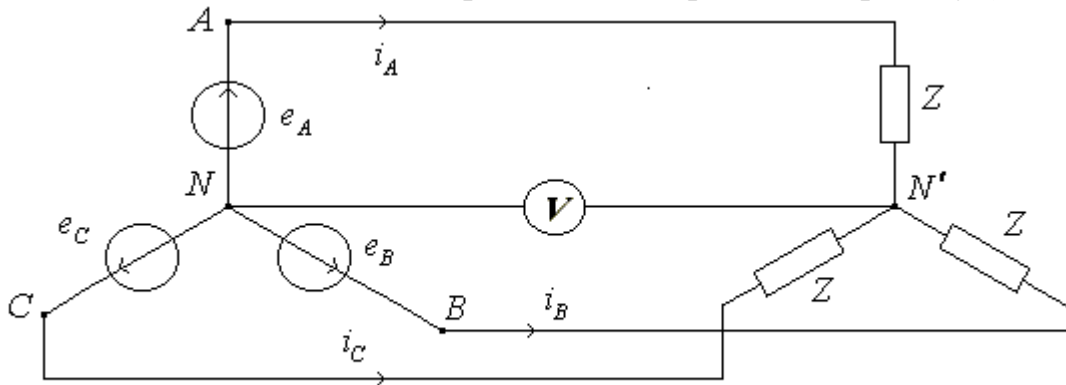


Рис. 61

то напруга зміщення нейтралі визначається гармоніками нульової послідовності (кратними трьом):

$$U_{N'N} = \sqrt{E_3^2 + E_6^2 + E_9^2 + \dots}$$

Фазні струми не містять гармонік, кратним трьом:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_4^2 + I_5^2 + \dots}$$

б) Розглянемо тепер симетричне навантаження з'єднане навантаженням зіркою з нейтральним проводом (Рис. 62).

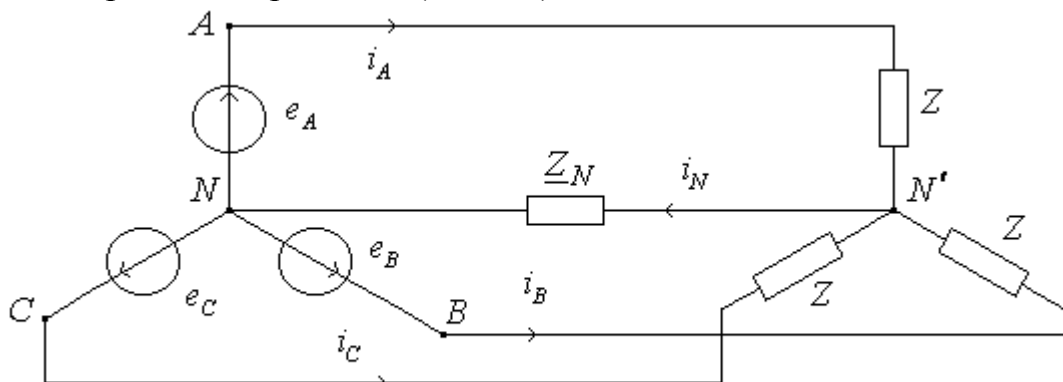


Рис. 62

Напруга зміщення нейтралі для гармонік, що утворюють нульову послідовність (з номерами $3k$, де $k = 1, 2, 3 \dots$):

$$\dot{U}_{N'N(3k)} = \frac{3\dot{E}_{3k} \frac{1}{Z_{(3k)}}}{3 \frac{1}{Z_{(3k)}} + \frac{1}{Z_{N(3k)}}} = \frac{3\dot{E}_{3k}}{(3 \frac{1}{Z_{(3k)}} + \frac{1}{Z_{N(3k)}}) Z_{(3k)}} = \frac{3\dot{E}_{3k}}{3 + \frac{Z_{(3k)}}{Z_{N(3k)}}} = \frac{3\dot{E}_{3k} Z_{N(3k)}}{3Z_{N(3k)} + Z_{(3k)}};$$

Струм у нейтральному проводі містить гармоніки кратні трьом :

$$\dot{I}_{N(3k)} = \frac{\dot{U}_{N'N(3k)}}{Z_{N(3k)}} = \frac{3\dot{E}_{3k}}{3Z_{N(3k)} + Z_{(3k)}} = \frac{3\dot{E}_{3k}}{3Z_{N(3k)} + Z_{(3k)}}.$$

Фазні, вони ж лінійні струми містять всі гармоніки:

$$I_{\phi} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \dots};$$

Струм у нейтральному проводі: $I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + \dots}$.

Практично у кривій ЕРС, що має вигляд трапеції, симетричній відносно осі абсцис, відсутні постійна складова і парні гармоніки.

Приклад 10.

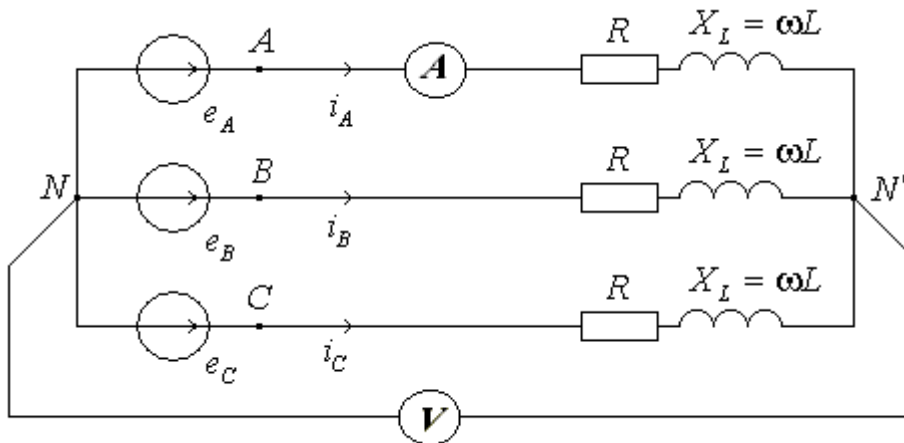


Рис. П10

У колі (Рис. П10) відомі фазна ЕРС генератора:

$$e_A = 120\sqrt{2} \sin \omega t + 60\sqrt{2} \sin 3\omega t + 80\sqrt{2} \sin(5\omega t + 45^\circ)(B);$$

і параметри симетричного навантаження : $R = 7.07(\text{Ом})$, $X_L = R = 7.07(\text{Ом})$.

Визначити покази приладів.

Фазні струми першої та п'ятої гармонік:

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_{A1}}{Z_{(1)}} = \frac{\dot{E}_{A1}}{R + j\omega L} = \frac{120}{\underbrace{7.071 + j7.071}_{10\angle 45^\circ}} = 12\angle -45^\circ (A);$$

$$\dot{I}_{A5} = \frac{\dot{E}_{A5}}{Z_{(5)}} = \frac{\dot{E}_{A5}}{R + 5j\omega L} = \frac{80\angle 45^\circ}{\underbrace{7.071 + j35.355}_{36.055\angle -78.69^\circ}} = 2.22\angle -33.69^\circ (A);$$

$$\dot{U}_{N'N(3)} = 60(B).$$

Струм амперметра $I_A = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{12^2 + 2.22^2} = 12.2(A)$;

Вольтметр покаже напругу третьої гармоніки: $V = U_{N'N(3)} = 60(B)$.

Приклад 11.

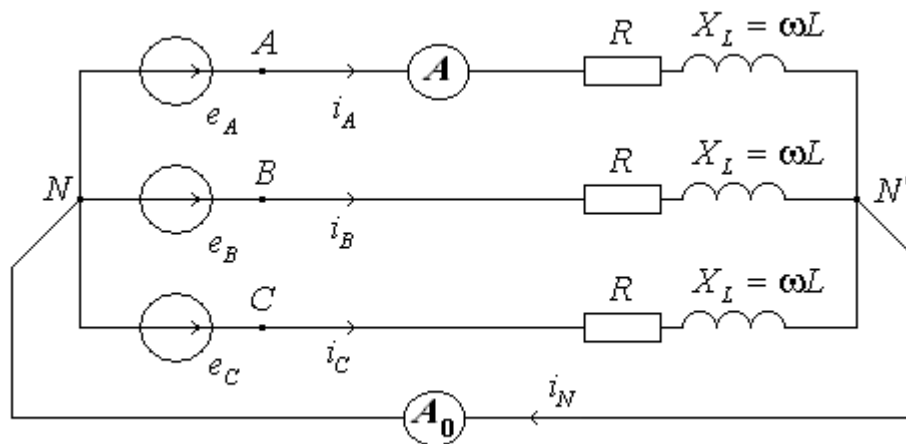


Рис. П10

Визначити покази приладів у колі (Рис. П11) за умови, що параметри генератора і навантаження такі ж як і у попередньому прикладі
Фазні струми першої, третьої і п'ятої гармонік:

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{E}_{A1}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{120}{\underbrace{7.071 + j7.071}_{10 \angle 45^\circ}} = 12 \angle -45^\circ (A);$$

$$\dot{i}_{A3} = \frac{\dot{E}_{A3}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{120}{7.071 + j7.071 \cdot 3} = \frac{60}{\underbrace{7.071 + j21.213}_{22.36 \angle 71.565^\circ}} = 2.68 \angle -71.565^\circ (A);$$

$$\dot{i}_{A5} = \frac{\dot{E}_{A5}}{\underline{Z}_{(5)}} = \frac{80 \angle 45^\circ}{\underbrace{7.071 + j35.355}_{36.055 \angle -78.69^\circ}} = 2.22 \angle -33.69^\circ (A);$$

Струми амперметрів:

$$I_A = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A3}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{12^2 + 2.68^2 + 2.22^2} = 12.49(A);$$

$$I_{A_0} = 3I_{3(0)} = 3 \cdot 2.68 = 8.04(A).$$

У нейтральному проводі буде тільки струм третьої гармоніки (нульової послідовності).

Приклад 12.

У симетричному трифазному електричному колі (Рис. П12, 1) з параметрами: $R_n = 18(Ом)$, $R = 72(Ом)$, $\omega L = 30(Ом)$, $\frac{1}{\omega C} = 63(Ом)$ діє симетрична неси-

нусоїдна система напруг, причому: $u_B = u_A(t - \frac{T}{3})$, $u_C = u_A(t + \frac{T}{3})$. Напруга фази А, розкладена на гармонічні складові:

$$u_A = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t + 30^\circ) + \sqrt{2} \cdot 140 \sin(3\omega t + 50^\circ) + \sqrt{2} \cdot 120 \sin(5\omega t - 30^\circ) \text{ (В)},$$

Визначити миттєві і діючі значення фазних і лінійних напруг генератора.

Обчислити покази вимірювальних приладів. Значення реактивних опорів кола задані для частоти першої гармоніки, вимірювальні прилади електродинамічної системи (показують діюче значення).

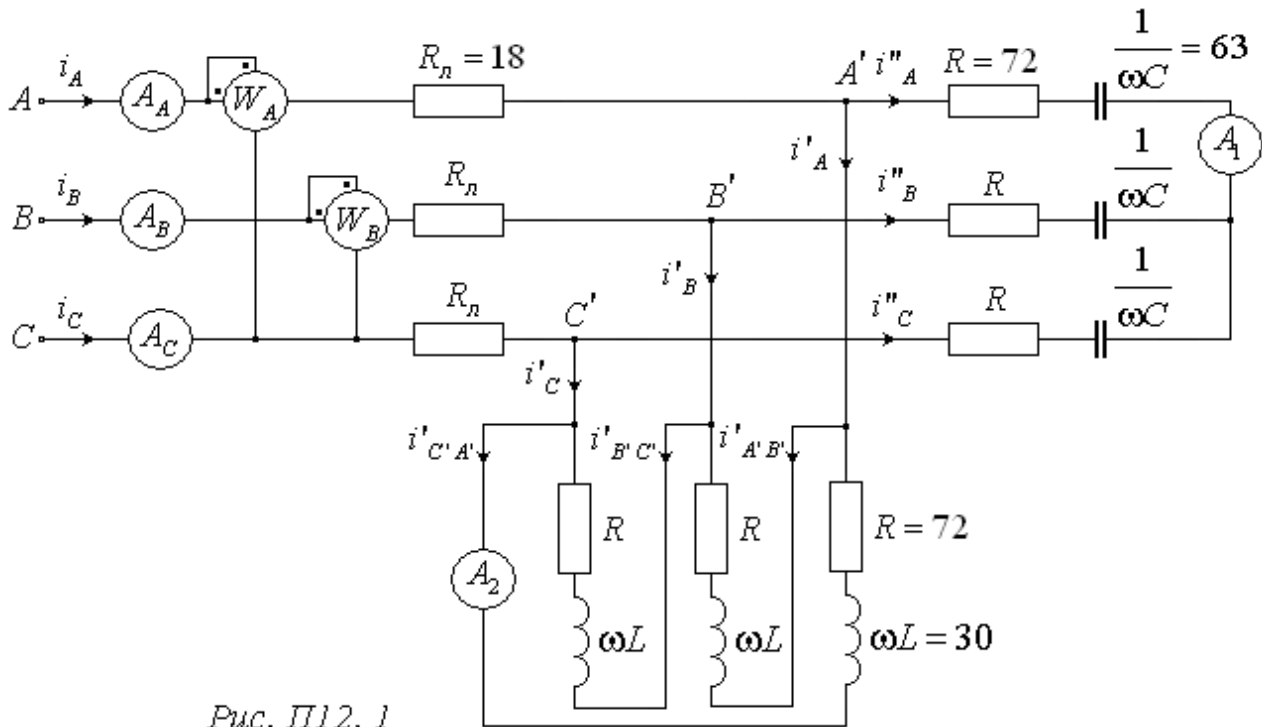


Рис. П12, 1

Напряга генератора складається із систем напруг прямої послідовності (перша гармоніка), нульової послідовності (третя гармоніка) та зворотної послідовності (п'ята гармоніка). За заданою напругою фази A запишемо напруги у фазах B і C .

$$u_B = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t - 90^\circ) + \sqrt{2} \cdot 140 \sin(3\omega t + 50^\circ) + \sqrt{2} \cdot 120 \sin(5\omega t + 90^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_C = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t + 150^\circ) + \sqrt{2} \cdot 140 \sin(3\omega t + 50^\circ) + \sqrt{2} \cdot 120 \sin(5\omega t - 150^\circ) \text{ (В)}.$$

Діючі значення фазних напруг генератора:

$$U_A = U_B = U_C = \sqrt{U_{A1}^2 + U_{A3}^2 + U_{A5}^2} = \sqrt{220^2 + 140^2 + 120^2} = 287.054 \text{ (В)}.$$

Миттєві значення лінійних напруг генератора для різних гармонік:

$$u_{AB1} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ (В)}; \quad u_{AB3} = 0; \quad u_{AB5} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 120 \sin(5\omega t - 60^\circ) \text{ (В)};$$

$$u_{BC1} = \sqrt{6} \cdot 220 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ (В)}; \quad u_{BC3} = 0; \quad u_{BC5} = \sqrt{6} \cdot 120 \sin(5\omega t + 60^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{CA1} = \sqrt{6} \cdot 220 \sin(\omega t - 180^\circ) \text{ (В)}; \quad u_{CA3} = 0; \quad u_{CA5} = \sqrt{6} \cdot 120 \sin(5\omega t + 180^\circ) \text{ (В)},$$

Сумарне лінійне значення напруги генератора: $u_{AB} = u_{AB1} + u_{AB3} + u_{AB5}$

$$u_{AB} = \sqrt{2} \cdot 381.05 \sin(\omega t + 60^\circ) + \sqrt{2} \cdot 207.85 \sin(5\omega t - 60^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{BC} = \sqrt{2} \cdot 381.05 \sin(\omega t - 60^\circ) + \sqrt{2} \cdot 207.85 \sin(5\omega t + 60^\circ) \text{ (В)},$$

$$u_{CA} = \sqrt{2} \cdot 381.05 \sin(\omega t + 180^\circ) + \sqrt{2} \cdot 207.85 \sin(5\omega t + 180^\circ) \text{ (В)}.$$

Діючі значення лінійних напруг генератора:

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = \sqrt{U_{AB1}^2 + U_{AB5}^2} = \sqrt{381.05^2 + 207.85^2} = 434.05 \text{ (В)}.$$

Далі розрахунки проводяться для кожної гармоніки окремо.

а) Перша гармоніка (пряма послідовність). Розрахунок кола для першої гармоніки приведений у Прикладі 4.

б) Третя гармоніка (нульова послідовність). За відсутністю у колі нейтрального проводу струмів третьої гармоніки немає.

в) П'ята гармоніка (зворотна послідовність). На частоті п'ятої гармоніки індуктивні опори збільшуються у п'ять раз, а ємнісні відповідно зменшуються. Розрахунок для першої гармоніки проведений у Прикладі 7.

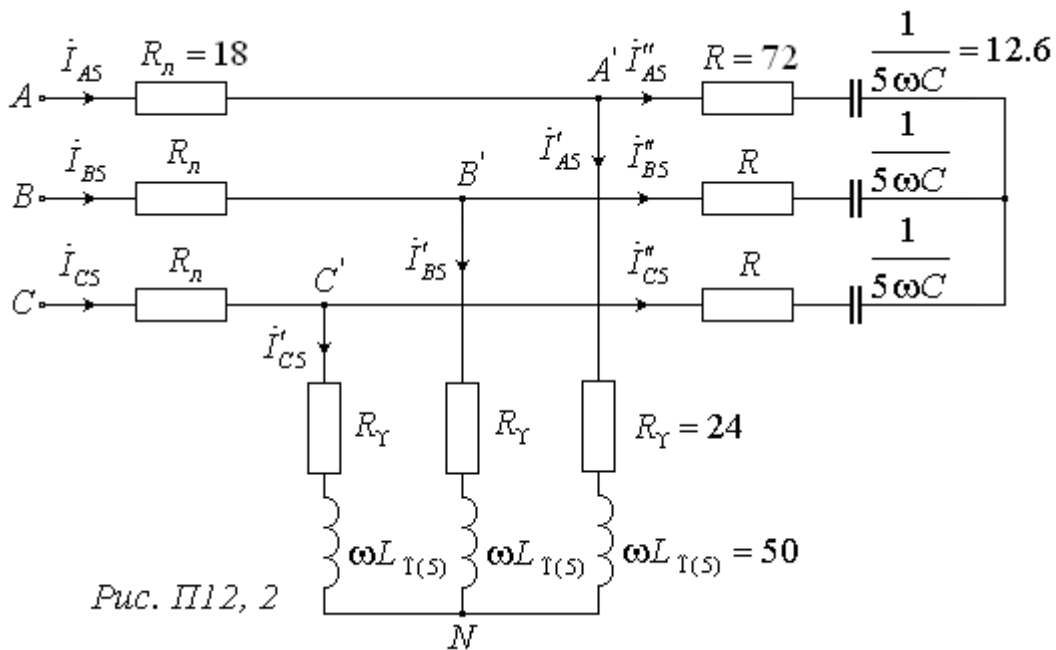
Реактивні опори для п'ятої гармоніки:

$$X_{L(5)} = 5\omega L = 5 \cdot 30 = 150 \text{ (Ом)}, \quad X_{C(5)} = \frac{1}{5\omega C} = \frac{63}{5} = 12.6 \text{ (Ом)}.$$

Перетворимо симетричний трикутник з опорами $R, \omega L$ на симетричну зірку (Рис. П12, 2).

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} = \frac{R + jX_{L(5)}}{3} = \frac{72 + j150}{3} = R_Y + jX_{LY(5)} = 24 + j50 \text{ (Ом)}.$$

$$\underline{Z}_Y = R_Y + j\omega L_{Y(5)} = 24 + j50 = 55.46 \angle 64.36^\circ \text{ (Ом)}$$



Далі розрахунок ведемо за еквівалентною схемою для однієї фази A (Рис. П12, 3). Струми і напруги в фазах B і C будуть такими ж, з кутами відповідно $\pm 120^\circ$.

$$\underline{Z}_{3(5)} = R - jX_{C(5)} = R - j\frac{1}{5\omega C} = 72 - j12.6 = 73.09e^{-j9.93^\circ} \text{ (Ом)},$$

$$\underline{Z}_{2(5)} = R_Y + jX_{LY(5)} = R_Y + j\omega L_{Y(5)} = 24 + j50 = 55.46e^{j64.36^\circ} \text{ (Ом)},$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{23(5)} &= \frac{\underline{Z}_{2(5)} \cdot \underline{Z}_{3(5)}}{\underline{Z}_{2(5)} + \underline{Z}_{3(5)}} = \frac{55.46e^{j64.36^\circ} \cdot 73.09e^{-j9.93^\circ}}{24 + j50 + 72 - j12.6} = \frac{4053.93e^{j54.43^\circ}}{\underbrace{96 + j37.4}_{103.03e^{j21.29^\circ}}} = 39.35e^{j33.15^\circ} = \\ &= 32.94 + j21.52 \text{ (Ом)}. \end{aligned}$$

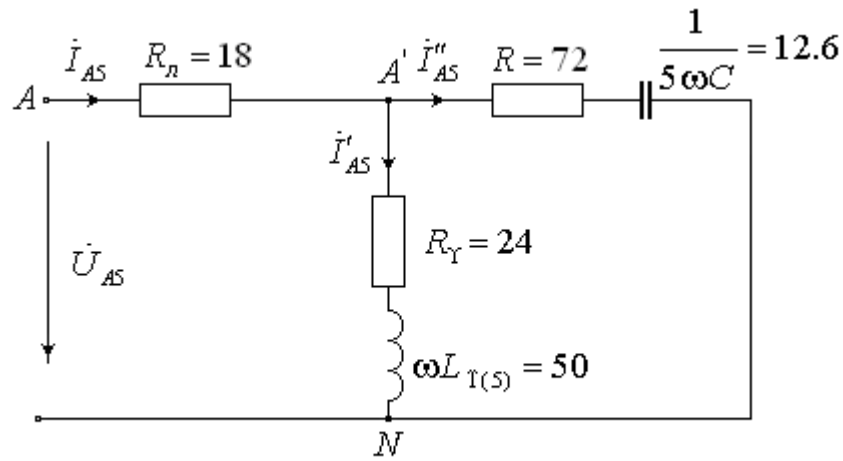


Рис. П12, 3

$$\underline{Z}_{e(5)} = R_n + \underline{Z}_{23(5)} = 18 + 32.94 + j21.52 = 50.94 + j21.52 = 55.30e^{j22.90^\circ} \text{ (Ом)}.$$

$$\dot{i}_{A5} = \frac{\dot{U}_{A5}}{\underline{Z}_{e(5)}} = \frac{120e^{-j30^\circ}}{55.30e^{j22.90^\circ}} = 2.17e^{-j52.90^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}'_{A5} = \dot{i}_{A5} \frac{\underline{Z}_{3(5)}}{\underline{Z}_{2(5)} + \underline{Z}_{3(5)}} = 2.17e^{-j52.90^\circ} \cdot \frac{73.09e^{-j9.93^\circ}}{103.03e^{-j21.29^\circ}} = 1.539e^{-j84.11^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}''_{A5} = \dot{i}_{A5} - \dot{i}'_{A5} = 2.17e^{-j52.90^\circ} - 1.339e^{-j84.11^\circ} = 1.168e^{-j9.82^\circ} \text{ (А)}.$$

Перевірка за балансом потужностей:

$$\tilde{S}_{ген.(5)} = \dot{U}_{A5} \cdot \dot{I}_{A5}^* = 120e^{-j30^\circ} \cdot 2.17e^{j52.90^\circ} = 260.391e^{j22.90^\circ} = \underbrace{(239.88)}_P + j\underbrace{101.31}_Q \text{ ВА},$$

$$P_{cn.} = I_{A5}^2 \cdot R_n + (I'_{A5})^2 \cdot R_Y + (I''_{A5})^2 \cdot R = 2.17^2 \cdot 18 + 1.539^2 \cdot 24 + 1.168^2 \cdot 72 = 239.88 \text{ (Вт)},$$

$$Q_{cn.} = (I'_A)^2 \cdot X_{LY} - (I''_A)^2 \cdot X_C = 1.539^2 \cdot 50 - 1.168^2 \cdot 12.6 = 101.31 \text{ (ВАр)}.$$

Баланс зійшовся з достатньою точністю.

Активна і реактивна потужності для 3-х фаз у три рази більше і становлять

$$P = 239.88 \cdot 3 = 719.64 \text{ (Вт)}, \quad Q = 101.31 \cdot 3 = 303.93 \text{ (ВАр)},$$

в чому ми переконаємося за показами двох ватметрів.

Струми у фазах B і C отримуємо, враховуючи фазові зсуви у симетричному трифазному колі для симетричних трифазних систем різної послідовності.

$$\dot{i}_{B5} = \dot{i}_{A5} \cdot e^{j120^\circ} = 2.17e^{-j52.90^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 2.17e^{j67.10^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}_{C5} = \dot{i}_{A5} \cdot e^{-j120^\circ} = 2.17e^{-j52.90^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 2.17e^{-j172.90^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}'_{B5} = \dot{i}'_{A5} \cdot e^{j120^\circ} = 1.539e^{-j84.11^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 1.539e^{j35.89^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}'_{C5} = \dot{i}'_{A5} \cdot e^{-j120^\circ} = 1.539e^{-j84.11^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 1.539e^{j155.89^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}''_{B5} = \dot{i}''_{A5} \cdot e^{j120^\circ} = 1.168e^{-j9.82^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 1.168e^{j110.18^\circ} \text{ (А)},$$

$$\dot{i}''_{C5} = \dot{i}''_{A5} \cdot e^{-j120^\circ} = 1.168e^{-j9.82^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 1.168e^{-j129.82^\circ} \text{ (А)}.$$

Для визначення струмів у трикутнику визначаємо напругу $\dot{U}_{AB'5}$ (Рис. П12, 2):

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB'5} &= \dot{I}'_{A5} \cdot \underline{Z}_Y - \dot{I}'_{B5} \cdot \underline{Z}_Y = (\dot{I}'_{A5} - \dot{I}'_{B5}) \cdot \underline{Z}_Y = (1.539e^{-j84.11^\circ} - 1.539e^{j35.89^\circ}) \cdot 55.46e^{j64.36^\circ} = \\ &= 147.84e^{-j49.75^\circ} (B), \quad \dot{I}'_{AB'5} = \frac{\dot{U}_{AB'5}}{\underline{Z}_\Delta} = \frac{147.84e^{-j49.75^\circ}}{166.39e^{j64.36^\circ}} = 0.89e^{-j114.11^\circ} (A),\end{aligned}$$

$$\dot{I}'_{BC'5} = \dot{I}'_{AB'5} \cdot e^{j120^\circ} = 0.89e^{-j114.11^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 0.89e^{j5.89^\circ} (A),$$

$$\dot{I}'_{CA'5} = \dot{I}'_{AB'5} \cdot e^{-j120^\circ} = 0.89e^{-j114.11^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 0.89e^{j125.89^\circ} (A).$$

Визначаємо покази амперметрів і ватметрів для п'ятої гармоніки:

$$A_{A(5)} = A_{B(5)} = A_{C(5)} = I_{A5} = 2.17(A), \quad A_{1(5)} = I''_{A5} = 1.168(A), \quad A_{2(5)} = I'_{CA'5} = 0.89(A).$$

$$\begin{aligned}P_{WA(5)} &= \text{Re}(\dot{U}_{AC5} \cdot \dot{I}_{A5}^*) = \text{Re}(U_{A5} \cdot \sqrt{3}e^{j\psi_{AC5}} \cdot \dot{I}_{A5}^*) = \text{Re}(120 \cdot \sqrt{3}e^{j0^\circ} \cdot 2.17e^{j52.90^\circ}) = \\ &= \text{Re}(451.01e^{j52.9^\circ}) = 451.01 \cos(52.9^\circ) = 272.1(Bm),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{WB(5)} &= \text{Re}(\dot{U}_{BC5} \cdot \dot{I}_{B5}^*) = \text{Re}(U_{B5} \cdot \sqrt{3}e^{j\psi_{BC5}} \cdot \dot{I}_{B5}^*) = \text{Re}(120 \cdot \sqrt{3}e^{j60^\circ} \cdot 2.17e^{-j67.10^\circ}) = \\ &= \text{Re}(451.01e^{-j7.1^\circ}) = 451.01 \cos 7.1^\circ = 447.63(Bm).\end{aligned}$$

Активна та реактивна потужності трифазного кола :

$$P_{(5)} = P_{WA(5)} + P_{WB(5)} = 272.08 + 447.55 = 719.63 (Bm),$$

$$Q_{(5)} = \sqrt{3}(P_{WA(5)} - P_{WB(5)}) = \sqrt{3} \cdot 175.47 = 303.92 (BAr).$$

Одержаний результат підтверджує правильність розрахунків.

Визначаємо покази приладів від дії несинусоїдної ЕРС, враховуючи накладання першої і п'ятої гармонік.

Покази приладів на частоті першої гармоніки (див. Приклад 7.)

$$A_{A(1)} = A_{B(1)} = A_{C(1)} = I_A = 5.43(A), \quad A_{1(1)} = I''_A = 1.29(A), \quad A_{2(1)} = I'_{CA'} = 2.73(A).$$

$$P_{WA(1)} = P_{WA} = 1886.68(Bm), \quad P_{WB(1)} = P_{WB} = 1679.02(Bm).$$

Покази приладів на частоті п'ятої гармоніки:

$$I_{AA(5)} = I_{AB(5)} = I_{AC(5)} = 2.17(A), \quad I_{A1(5)} = 1.168(A), \quad I_{A2(5)} = 0.89(A).$$

$$P_{WA(5)} = 272.1(Bm), \quad P_{WB(5)} = 447.63(Bm).$$

Покази амперметрів та ватметрів від дії несинусоїдної ЕРС:

$$I_{AA} = I_{AB} = I_{AC} = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{2.17^2 + 5.43^2} = 5.85(A),$$

$$I_{A1} = \sqrt{(I''_{A1})^2 + (I''_{A5})^2} = \sqrt{1.29^2 + 1.168^2} = 1.74(A),$$

$$I_{A2} = \sqrt{(I'_{CA'1})^2 + (I'_{CA'5})^2} = \sqrt{2.73^2 + 0.89^2} = 2.87(A),$$

$$P_{WA} = P_{WA(1)} + P_{WA(5)} = 1886.68 + 272.1 = 2158.78(Bm),$$

$$P_{WB} = P_{WB(1)} + P_{WB(5)} = 1679.02 + 447.63 = 2126.65(Bm).$$

Активна потужність трифазного кола:

$$P = P_{W_A} + P_{W_B} = 2158.78 + 2126.65 = 4285.43(\text{Вт}).$$

Активна потужність однієї фази:

$$P_{cn} = I_A^2 R_{II} + (I'_{C'A'})^2 R + (I''_A)^2 R = 5.85^2 \cdot 18 + 2.87^2 \cdot 72 + 1.74^2 \cdot 72 = 1427.49(\text{Вт}).$$

Для трьох фаз:

$$P = 3P_{cn} = 3 \cdot 1427.49 = 4281.15(\text{Вт}).$$

Баланс активної потужності зійшовся з прийнятною точністю.

Трифазні електричні кола.

Симетричний трифазний генератор із заданими фазними ЕРС, живить через трипровідну лінію електропередачі навантаження з елементами, з'єднаними “зіркою” і “трикутником” (схеми кіл розміщені після таблиці з параметрами елементів кола).

Для фази A трифазного генератора, діюче значення напруги U_A і початкова фаза ψ задані у таблиці №1, параметри кола - у таблиці №2.

1. Вважаючи навантаження симетричним, розрахувати струми у кожній вітці і напруги на всіх ділянках кола. Визначити покази вимірювальних приладів, ввімкнених у коло, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.
2. За результатами розрахунків п.1 побудувати суміщену діаграму струмів та топографічну діаграму напруг кола.
3. Використовуючи еквівалентні перетворення, розрахувати струми у кожній вітці і напруги на всіх ділянках кола в аварійному режимі (обрив у точці, що вказана в таблиці №2). Визначити покази вимірювальних приладів, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей.
4. Повторити розрахунки п.3 методом симетричних складових. Порівняти результати розрахунків п.3 і п.4.
5. Переконайтесь, що сума показів ватметрів дорівнює активній потужності три фазного кола.
6. Для аварійного режиму трифазного кола побудувати суміщену векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.
7. Вважаючи, що напруга фази A симетричного трифазного генератора несинусоїдна і задана рядом:

$$u_A = \sqrt{2}U_{1A} \sin(\omega t + \psi_{1A}) + \sqrt{2}U_{3A} \sin(3\omega t + \psi_{3A}) + \sqrt{2}U_{5A} \sin(5\omega t + \psi_{5A}),$$

записати миттєві значення напруг $u_B, u_C, u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}$ якщо:

$$u_B(t) = u_A(t - \frac{T}{3}), \quad u_C(t) = u_A(t + \frac{T}{3}),$$

де $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період несинусоїдної напруги.

Діючі значення і початкові фази гармонік наведені в таблиці №1.

Визначити діючі значення фазних і лінійних напруг генератора.

Обчислити покази вимірювальних приладів, ввімкнених в коло при симетричному навантаженні. Значення реактивних опорів кола задані на частоті

першої гармоніки, вимірювальні прилади електродинамічної системи (показують діюче значення).

Увага!



1. Параметри елементів кола нанести на схему.
2. Схеми та діаграми виконувати олівцем згідно з правилами технічного креслення.
3. Всі розрахунки давати у такому порядку: формула або рівняння (в літерних позначеннях) - формула чи рівняння в числах - відповідь в одиницях виміру.
4. Всі кінцеві вирази для комплексів давати в алгебраїчній і показниковій формах.

Примітка. Варіант даних для розрахунку вибрати згідно з тризначним шифром (№1, №2, №3). **Перша** цифра відповідає номеру колонки таблиці №1, **друга** - номеру колонки таблиці №2, **третя** - номеру схеми.

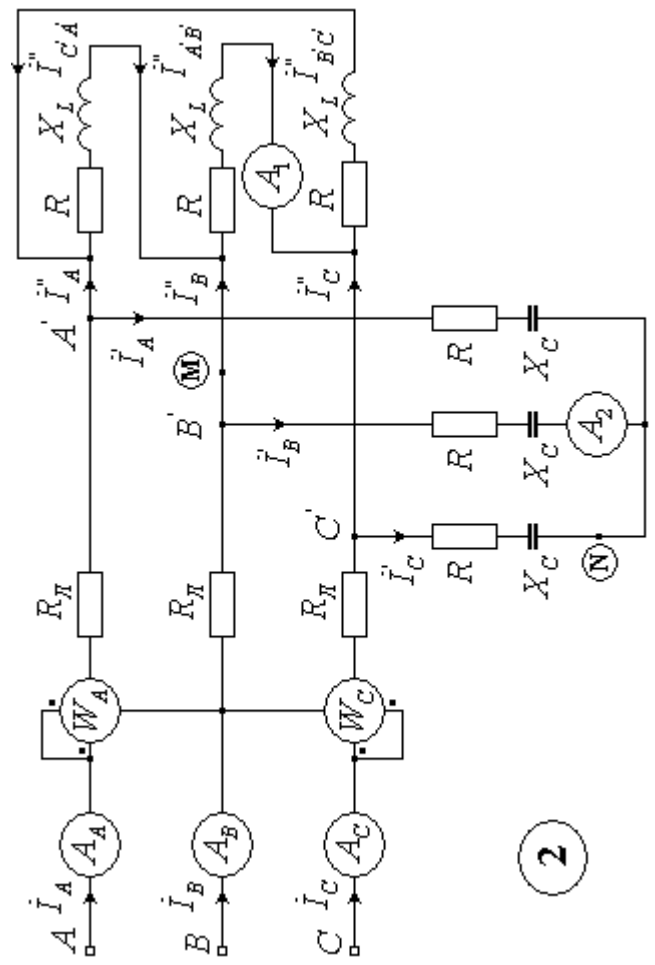
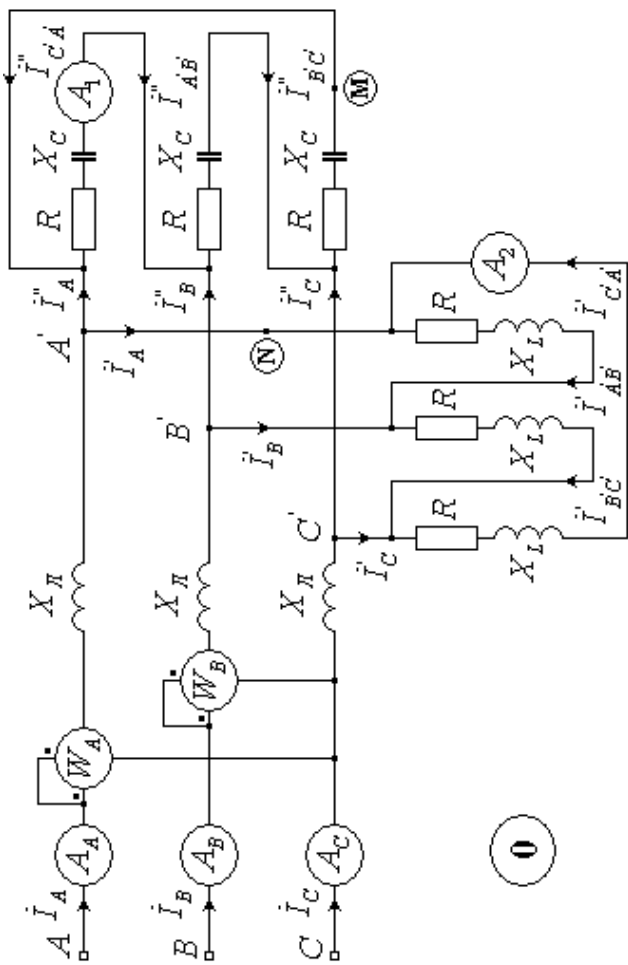
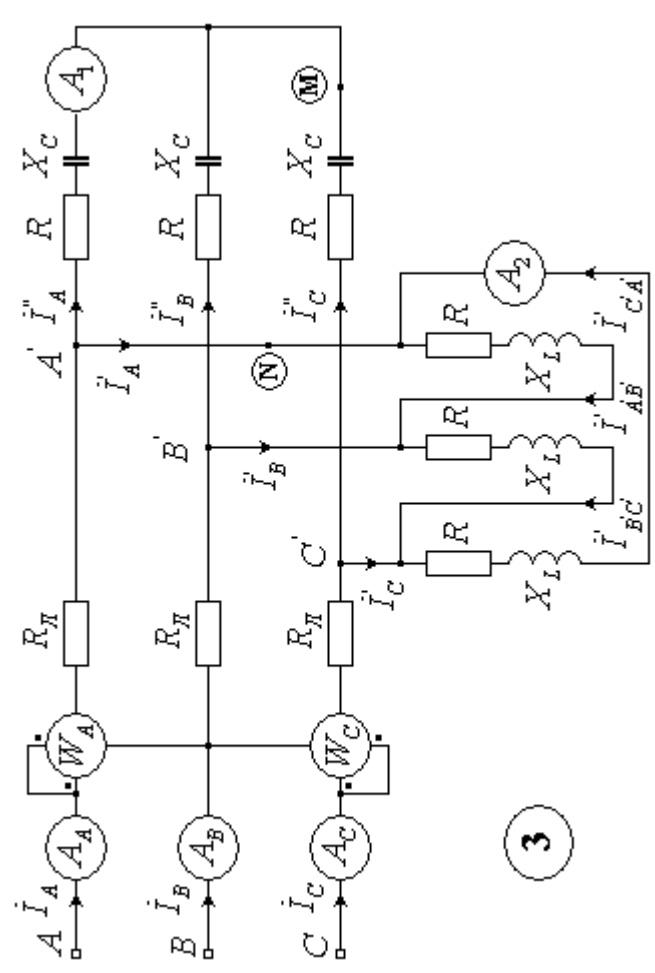
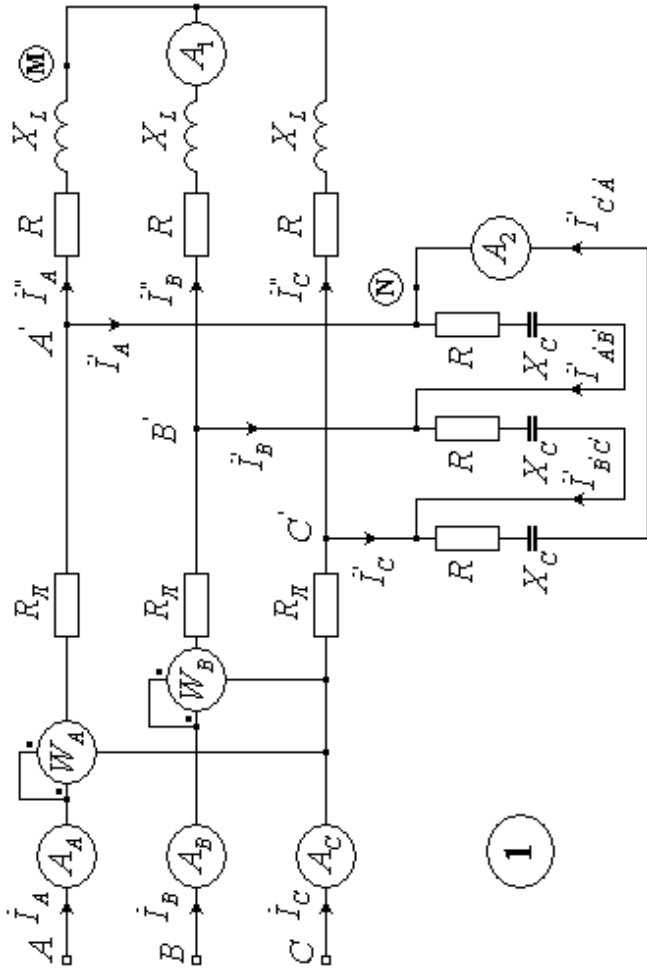
Шифр задається викладачем.

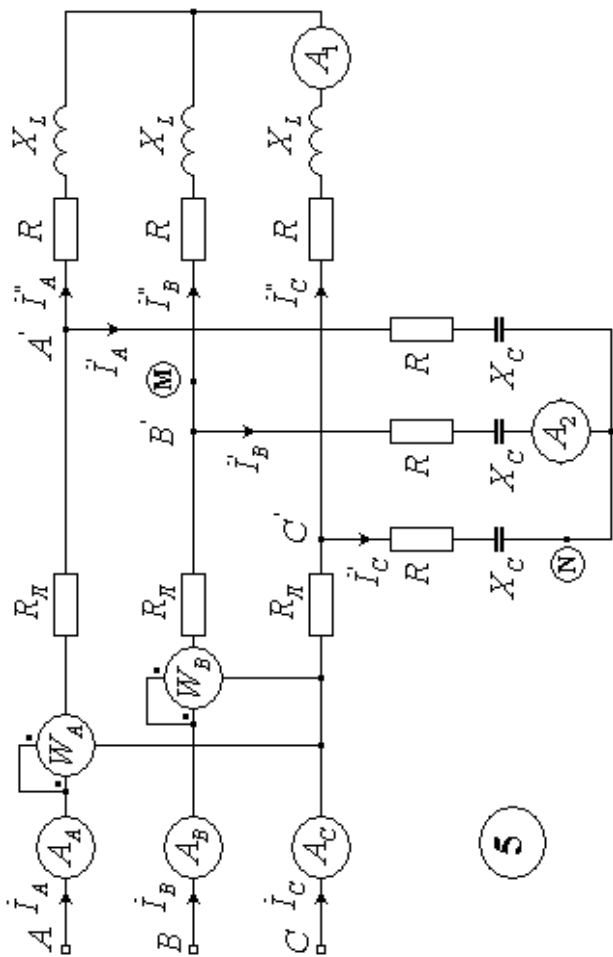
Таблиця №1

Номер варіанта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_a (B)$	127	220	110	200	150	300	240	180	135	210
$\psi_a ^\circ$	10	30	45	-20	-15	-45	60	90	50	-70
$U_{1a} (B)$	127	220	110	200	150	300	240	180	135	210
$\psi_{1a} ^\circ$	10	30	45	-20	-15	-45	60	90	50	-70
$U_{3a} (B)$	80	150	70	140	100	200	120	130	90	160
$\psi_{3a} ^\circ$	-30	-40	-60	50	70	90	-20	-50	-30	10
$U_{5a} (B)$	60	120	70	100	90	150	100	120	80	140
$\psi_{5a} ^\circ$	-60	-10	-90	70	110	14	-40	-30	-10	20

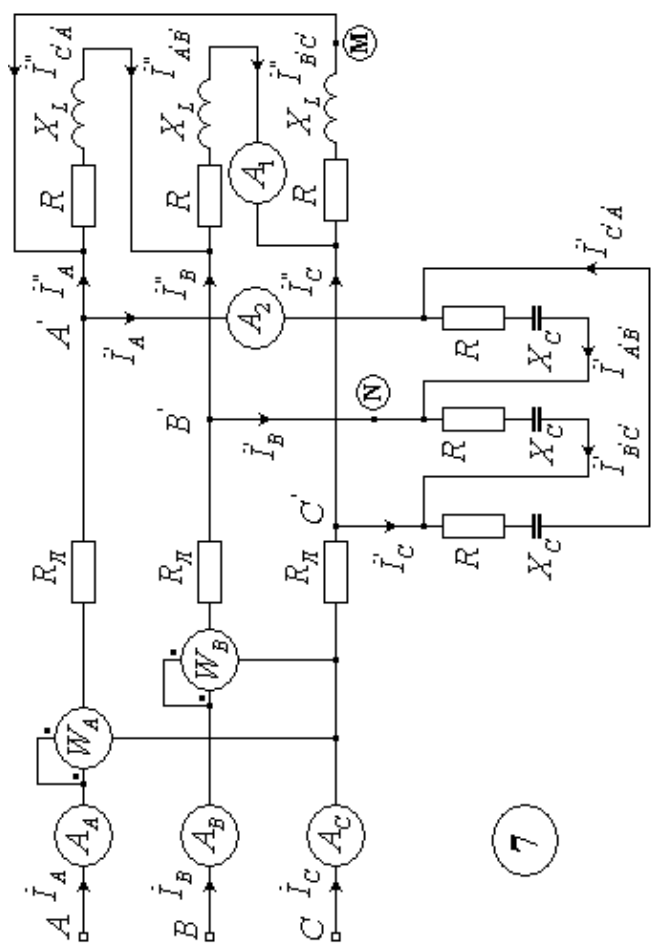
Таблиця №2

Номер варіанта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R_L (Ом)$	12	14.6	18	10	13	22	16.3	15	16.8	11
$X_L (Ом)$	5.3	7	4	6	5.5	8	4.2	4.3	5.8	6.1
$R (Ом)$	80	56	72	48	57	60	51	78	42	63
$X_L (Ом)$	27	33	30	42	24	35	42	25	21	36
$X_C (Ом)$	93	84	63	72	102	57	96	69	75	90
Обрив проводу в точці	М	Н	Н	М	М	М	Н	М	Н	Н

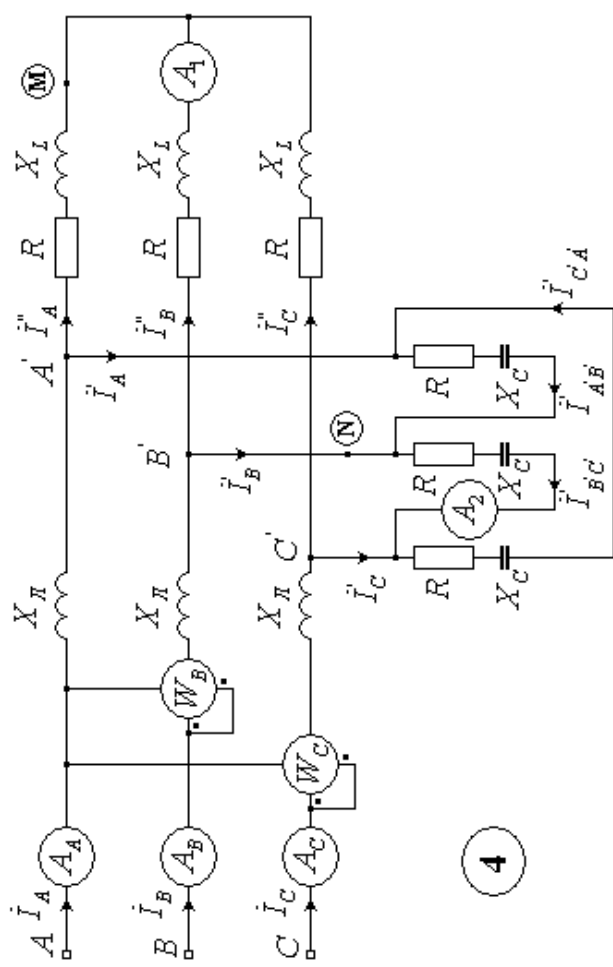




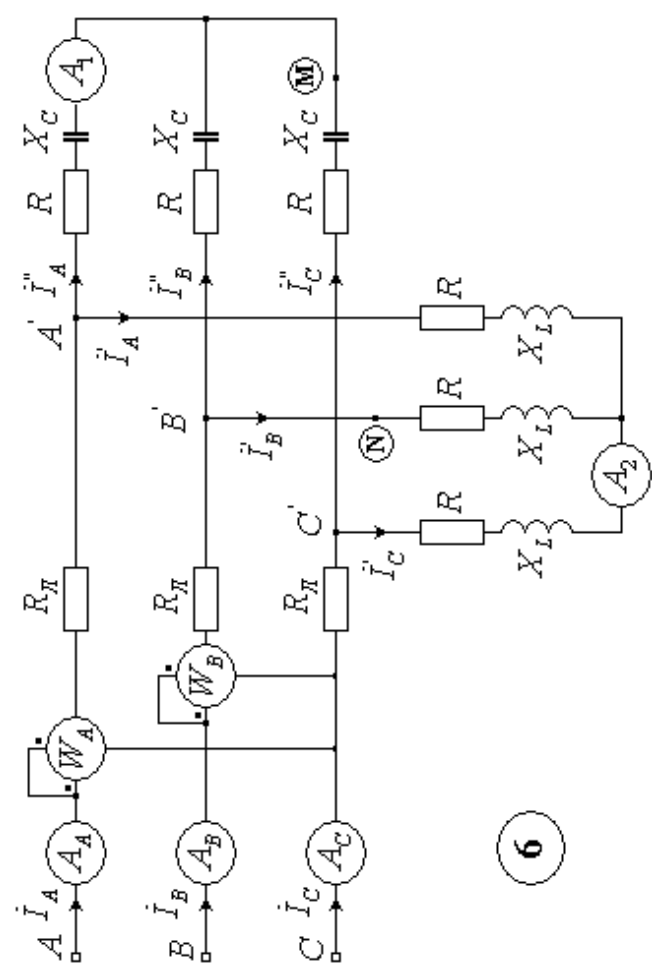
5



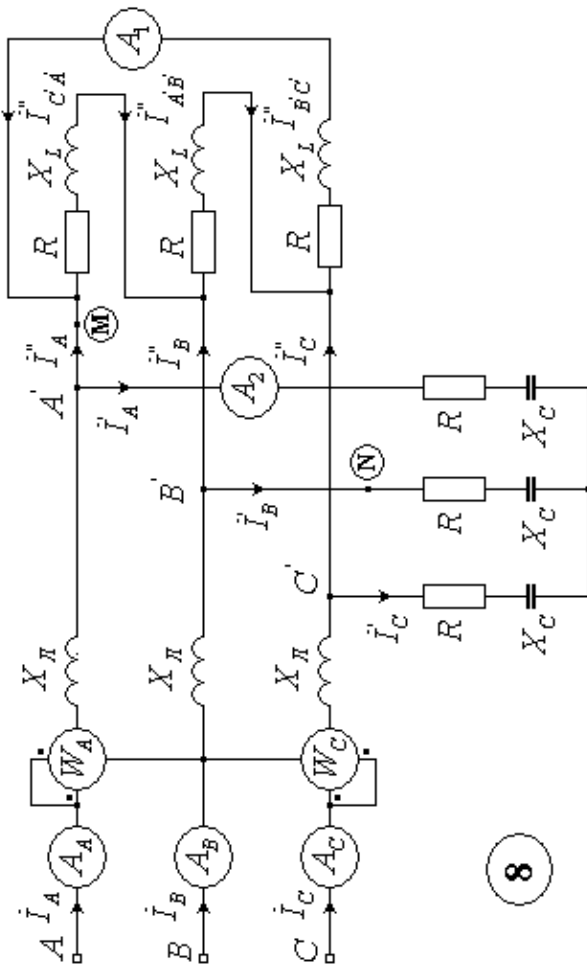
7



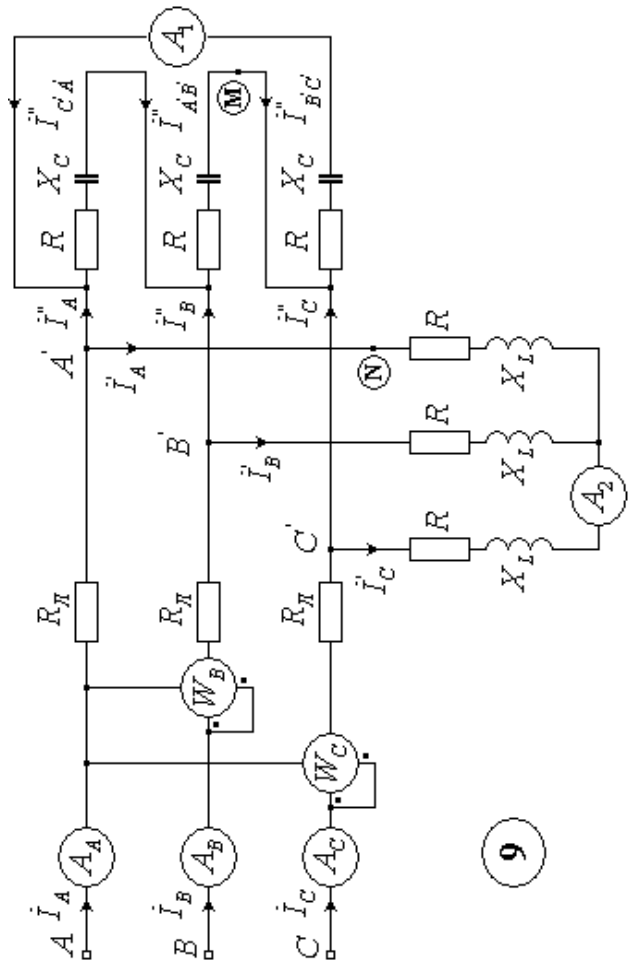
4



6



8



9

Список літератури.

1. *Нейман Л. Р., Демирчян К. С.* "Теоретические основы электротехники". Т. 1. – М.: Высшая Школа, 1981.
2. *Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В.* "Основы теории цепей". – М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. *Шебес М. Р.* "Задачник по теории линейных электрических цепей". – М.: Высшая. Школа, 1982.
4. *Антамонов В.Х., Курило И.А.* "Избранные задачи по линейным электрическим цепям": Учебное пособие.-К.,: НМК ВО, 1993. – 96 с.
5. *Бойко В, С., Бойко В, В., Видолоб Ю. Ф., Курило І. А., Шеховцов В. І., Шидловська Н. А.* "Теоретичні основи електротехніки". Т. 1.- К.: "Політехніка",2004. –269 с.

Зміст

1.	Вступ	3
2.	Основні поняття і загальна характеристика трифазних систем.....	4
3.	Розрахунок трифазного кола у разі з'єднання зіркою.....	8
4.	Особливі випадки розрахунку трифазного кола у разі з'єднання зіркою.....	14
5.	Розрахунок трипровідного трифазного кола за заданими лінійними напругами.....	20
6.	Розрахунок трифазного кола у разі з'єднання навантаження трикутником	24
7.	Потужність трифазного кола та її вимірювання.....	26
8.	Розрахунок складного трифазного кола.....	34
9.	Обертове магнітне поле.....	45
10.	Розкладання несиметричних трифазних систем на симетричні складові.....	49
11.	Деякі особливості трифазних кіл щодо симетричних складових.....	50
12.	Опори прямої, зворотної та нульової послідовностей у симетричному трифазному колі.....	53
13.	Розрахунок несиметричних 3-фазних кіл методом симетричних складових.....	55
14.	Вищі гармоніки в трифазних електричних колах.	60
15.	Розрахунково-графічне завдання.....	70
16.	Список літератури.....	75

Анотація.

В методичних вказівках стисло наведені основні положення теорії трифазних електричних кіл. На конкретних прикладах розглянуті алгоритми розрахунку симетричних і несиметричних режимів трифазних кіл у разі з'єднання фаз зіркою і трикутником.

Викладені основи методу симетричних складових, показані особливості розрахунку у разі динамічних навантажень.

Проаналізовані особливості симетричних режимів трифазних кіл, в яких діє генератор несинусоїдної напруги.

Розроблено 1000 варіантів завдання для самостійної розрахункової роботи студентів.

Рецензія

на роботу Щерби А. А., Курила І. А., Намацалюка І. Н.

“Симетричні складові та вищі гармоніки у трифазних колах”.

Сучасні навчальні технології передбачають використання різних форм самостійної роботи студентів як вирішального фактора якісної підготовки фахівця.

Саме на організацію самостійної роботи студентів по вивченню важливого розділу курсу ТОЕ орієнтована рецензована робота.

В роботі коротко, і разом з тим систематично викладені головні положення теорії трифазних кіл. Студенти знайдуть тут всі основні методи, які застосовуються для розрахунку і конкретні приклади використання цих методів. Алгоритми розрахунків подані в найбільш зрозумілій формі, на конкретних прикладах, з чисельно заданими параметрами.

Відстежуючи послідовність і результати окремих етапів чисельних розрахунків, студенти зможуть ґрунтовно, з глибоким розумінням електромагнітних процесів, оволодіти методологією аналізу трифазних електричних кіл.

Достатньо уваги приділено розрахунку несиметричних аварійних режимів трифазних кіл методом симетричних складових. Пояснені особливості застосування цього методу у разі динамічного навантаження.

Розглянуті особливості поведінки вищих гармонік в симетричних трифазних колах.

На завершення самостійної роботи над темою студент виконує розрахункову роботу. Автори передбачили 1000 варіантів завдань.

Навчальний матеріал роботи викладений послідовно і чітко.

Вважаю, що видання методичних вказівок, підготовлених авторами принесе користь студентам, які вивчають трифазні кола.

Рецензент _____