

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

**РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ
НЕСИНУСОЇДНОГО ПЕРІОДИЧНОГО СТРУМУ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО – ГРАФІЧНИХ РОБІТ З
КУРСУ “ТЕОРЕТИЧНА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА”
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНОГО, СИСТЕМОТЕХНІЧНОГО ТА ЕЛЕКТРО-
ЕНЕРГЕТИЧНОГО ФАХУ ВСІХ ФОРМ НАВЧАННЯ

Затверджено Методичною радою НТУУ “КПІ”

Київ
“ПОЛІТЕХНІКА”
2012

Розрахунок електричних кіл несинусоїдного періодичного струму. Метод. вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт з курсу “Теоретична електротехніка” для студентів електротехнічного, системотехнічного та електроенергетичного фаху всіх форм навчання / Уклад.: І.А. Курило, В.Р. Герман, І.Н. Намацалюк.- К.: ІВЦ «Політехніка», 2002. –28 с.

Навчальне видання

РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ НЕСИНУСОЇДНОГО ПЕРІОДИЧНОГО СТРУМУ

Методичні вказівки до виконання розрахунково- графічних робіт з курсу “Теоретична електротехніка” для студентів електротехнічного, системотехнічного та електроенергетичного фаху всіх форм навчання

Укладачі: Курило Ігор Анатолійович
Герман Віктор Романович
Намацалюк Ігор Нестерович

Відповідальний редактор Ю.Ф. Видолоб, канд. техн. наук, доц.

Рецензент: К.М. Вакуленко, доктор техн. наук, проф.

І. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Мета даних методичних вказівок – дати студентам знання електромагнітних процесів у колах з джерелами періодичних несинусоїдних напруг і струмів. Такі режими кіл характерні для ряду радіотехнічних і електротехнічних пристроїв.

Студенти повинні уміти аналітично та графоаналітично розкласти періодичну несинусоїдну функцію напруги (струму) у тригонометричний ряд Фур'є і розраховувати лінійні електричні кола з джерелами несинусоїдних ЕРС і струмів. Розрахунки базуються на застосуванні принципу накладання, згідно якому результуючий струм (напруга) будь-якої вітки визначається підсумовуванням окремих складових, викликаних кожною гармонікою напруги (струму) джерела окремо. Опрацювання нинішніх методичних вказівок і виконання розрахунково-графічного завдання сприяють набуттю навичок практичного застосування розрахункових методів.

І. ТРИГОНОМЕТРИЧНА ФОРМА РЯДУ ФУР'Є

Будь-яка періодична функція, що задовольняє умовам Дирихле (функції струмів і напруг в різноманітних електричних колах задовільняють цим умовам) може бути розкладена в тригонометричний ряд:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t))$$
$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_1 t) dt \quad (1)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt \quad (2)$$

де $\frac{a_0}{2}$ визначається з (1) при $n = 0$ і являє собою середнє значення функції за

період:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt; \quad (3)$$

Коефіцієнти ряду Фур'є a_n і b_n залежать від вибору початку відліку і не залежать від t_0 , тому значення t_0 може бути вибране довільно. Приймаючи $t_0 = 0$ і вводячи нову змінну $\vartheta = \omega_1 t$, знаходимо (враховуючи $\omega_1 T = 2\pi$, $d\vartheta = \omega_1 dt$)

$$f(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\vartheta) + b_n \sin(n\vartheta);$$

де $a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\vartheta) \cos(n\vartheta) d\vartheta; \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\vartheta) \sin(n\vartheta) d\vartheta$ (4)

Можна перейти до іншого вигляду ряду: $f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \psi_n),$ (5)

або $f(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\vartheta + \psi_n),$

де $A_n = A_n e^{j\psi_n}; \quad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \psi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}.$

Зворотний перехід $b_n = A_n \cos \psi_n; \quad a_n = A_n \sin \psi_n.$ (6)

При визначенні кута ψ_n за знаками коефіцієнтів a_n, b_n потрібно встановити, в якій чверті знаходиться кут. Якщо, $b_n < 0, a_n > 0$, то кут ψ_n лежить у другій чверті; якщо $b_n < 0, a_n < 0$, то ψ_n - у третій чверті; якщо $b_n > 0, a_n < 0$ то ψ_n - у четвертій чверті. Це впливає з рівнянь (6). Ряд Фур'є, що сходиться може визначати задану функцію з будь-яким ступенем точності. Якщо він сходиться швидко, то практично достатньо взяти невелику кількість членів ряду.

Приклад 1. Розкласти в ряд функцію напруги (рис.1). Визначити постійну і три змінних складових ряду:

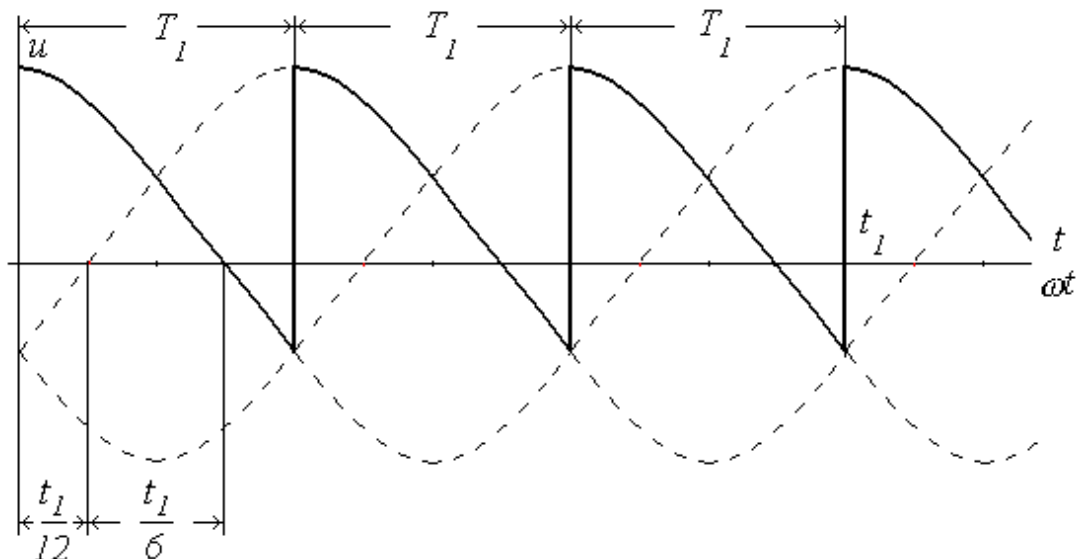


Рис. 1

Функція задана рівнянням $u(t) = U_m \cos \omega t$ на проміжку

$$0 \leq t \leq \frac{t_1}{3}, \text{ де } \omega = \frac{2\pi}{t_1} = \frac{2\pi}{T}.$$

Виходячи з (1) і (2) при $t = 0$

$$a_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} U_m \cos\left(\frac{1}{3} \omega_1 t\right) \cos(n\omega_1 t) dt; \quad b_n = \frac{2}{T_1} \int_0^{T_1} U_m \cos\left(\frac{1}{3} \omega_1 t\right) \sin(n\omega_1 t) dt.$$

$$\text{де } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 3 \frac{2\pi}{t_1} = 3\omega. \quad (7)$$

Враховуючи (7) і вводячи нову змінну $\vartheta = \omega_1 t$, одержуємо:

$$a_n = \frac{2}{T_1 \omega_1} \int_0^{2\pi} U_m \cos\left(\frac{1}{3} \omega_1 t\right) \cos(n\omega_1 t) d(\omega_1 t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} U_m \cos\left(\frac{1}{3} \vartheta\right) \cos(n\vartheta) d\vartheta;$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} U_m \cos\left(\frac{1}{3} \vartheta\right) \sin(n\vartheta) d\vartheta;$$

$$a_n = \frac{U_m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\cos \vartheta \left(\frac{1}{3} - n\right) + \cos \vartheta \left(\frac{1}{3} + n\right) \right] d\vartheta = \frac{U_m}{2\pi} \left[\frac{\sin 2\pi \left(\frac{1}{3} - n\right)}{\frac{1}{3} - n} + \frac{\sin 2\pi \left(\frac{1}{3} + n\right)}{\frac{1}{3} + n} \right].$$

При $n=0$	$\frac{a_0}{2} = 0,413 U_m$
$n=1$	$a_1 = -0.103 U_m$
$n=2$	$a_2 = -0.024 U_m$
$n=3$	$a_3 = -0.01 U_m$

$$b_n = \frac{U_m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\sin \vartheta \left(\frac{1}{3} + n\right) - \sin \vartheta \left(\frac{1}{3} - n\right) \right] d\vartheta =$$

$$= \frac{U_m}{2\pi} \left[\frac{-\cos 2\pi \left(\frac{1}{3} + n\right) + 1}{\frac{1}{3} + n} + \frac{\cos 2\pi \left(\frac{1}{3} + n\right) - 1}{\frac{1}{3} - n} \right].$$

При $n=1$ $b_1 = 0.537 U_m$

$$n = 2 \quad b_2 = 0.245U_m$$

$$n = 3 \quad b_3 = 0.161U_m$$

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = U_m \sqrt{(-0.103)^2 + (0.537)^2} = 0.547U_m$$

$$A_2 = U_m \sqrt{(-0.024)^2 + (0.245)^2} = 0.245U_m$$

$$A_3 = U_m \sqrt{(-0.01)^2 + (0.161)^2} = 0.161U_m$$

$$\psi_1 = \arctg \frac{a_1}{b_1} = \arctg \frac{-0.103U_m}{0.537U_m} = -10.86^\circ$$

$$\psi_2 = \arctg \frac{a_2}{b_2} = \arctg \frac{0.024U_m}{0.245U_m} = -5.49^\circ$$

$$\psi_3 = \arctg \frac{a_3}{b_3} = \arctg \frac{-0.01U_m}{0.161U_m} = -3.67^\circ$$

Остаточню:

$$U(t) = U_m \left[0.413 + 0.547 \sin(\omega_1 t - 10.86^\circ) + 0.245 \sin(2\omega_1 t - 5.49^\circ) + 0.161 \sin(3\omega_1 t - 3.67^\circ) + \dots \right]$$

2. КОМПЛЕКСНА ФОРМА РЯДУ ФУР'Є

Ряду можна надати більш компактний вигляд, якщо умовно ввести негативні частоти і перейти до підсумовування по n від $-\infty$ до $+\infty$.

Тригонометрична форма ряду може бути перетворена в комплексну:

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \dot{F}_n e^{jn\vartheta}, \quad \text{де комплексний коефіцієнт:}$$

$$\dot{F}_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\vartheta) e^{-jn\vartheta} d\vartheta = F_n e^{j\alpha n} = a_n + jb_n \quad (8)$$

$$\text{Комплексна амплітуда: } \dot{A}_n = j\dot{F}_n = \dot{F}_n e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad \text{де } A_n = F_n, \quad \psi_n = \alpha_n + \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

при $n = 1, 2, 3, \dots$, і стала складова: $\frac{\alpha_0}{2} = \frac{F_0}{2}$.

Приклад 2. Для прикладу 1 використати комплексну форму ряду.

Функцію $U(t) = U_m \cos \omega t$ подамо у вигляді $U(\vartheta) = U_m \cos\left(\frac{1}{3}\vartheta\right)$,

$$u(\vartheta) = U_m \frac{e^{j\frac{\vartheta}{3}} + e^{-j\frac{\vartheta}{3}}}{2}.$$

Комплексний коефіцієнт відповідно (8): $\dot{F}_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} U_m \cos\left(\frac{\vartheta}{3}\right) e^{-jn\vartheta} d\vartheta$

$$\begin{aligned} \dot{F}_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{U_m}{2} (e^{j\frac{\vartheta}{3}} + e^{-j\frac{\vartheta}{3}}) e^{-jn\vartheta} d\vartheta = \frac{U_m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[e^{j\vartheta\left(\frac{1}{3}-n\right)} + e^{-j\vartheta\left(\frac{1}{3}+n\right)} \right] d\vartheta = \\ &= \frac{U_m}{2\pi} \left[\frac{e^{j\vartheta\left(\frac{1}{3}-n\right)}}{j\left(\frac{1}{3}-n\right)} + \frac{e^{-j\vartheta\left(\frac{1}{3}+n\right)}}{-j\left(\frac{1}{3}+n\right)} \right]_0^{2\pi} = \frac{3U_m}{2\pi} \left[\frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}}{j(1-3n)} + \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}} - 1}{-j(1+3n)} \right] = \\ &= 0.447U_m \frac{-1.73 - j9n}{-1 + 9n^2} = F_n e^{j\alpha n} \end{aligned}$$

При $n = 0$ $\dot{F}_0 = 0.825U_m$;
 $n = 1$ $\dot{F}_1 = 0.547U_m e^{-j100.86^\circ}$;
 $n = 2$ $\dot{F}_2 = 0.245U_m e^{-j95.49^\circ}$;
 $n = 3$ $\dot{F}_3 = 0.161U_m e^{-j93.67^\circ}$.

Використовуючи співвідношення (9), яке показує зв'язок між комплексним коефіцієнтом \dot{F}_n і комплексною амплітудою \dot{A}_n , одержуємо ряд у формі (5):

$$\begin{aligned} U(t) &= U_m \left[0.413 + 0.547 \sin(\omega_1 t - 100.86^\circ + 90^\circ) + 0.245 \sin(2\omega_1 t - 95.49^\circ + \right. \\ &\left. + 90^\circ) + 0.161 \sin(3\omega_1 t - 93.67^\circ + 90^\circ) + \dots \right] = U_m \left[0.413 + 0.547 \sin(\omega_1 t - \right. \\ &\left. - 10.86^\circ) + 0.245 \sin(2\omega_1 t - 5.49^\circ) + 0.161 \sin(3\omega_1 t - 3.67^\circ) + \dots \right] \end{aligned}$$

Отримали результати прикладу 1.

3. СПЕКТРИ

Сукупність гармонійних складових, на які розкладається функція $f(t)$, називається спектром. Спектр періодичної несинусоїдної функції, згідно (5), складається з постійної складової і безлічі гармонічних складових, частоти яких утворюють дискретний ряд значень $n\omega_1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), кратних основній

частоті коливань ω_1 . Амплітуди гармонічних складових дорівнюють A_n , а початкові фази ψ_n .

Такий спектр називається *дискретним*, або *лінійним*.

Слід відзначити, що сталу складову можна розглядати як гармоніку з нульовою частотою коливання і амплітудою $A_0 = \frac{a_0}{2}$. Щоб отримати наочне уявлення про спектр, доцільно скористуватися графіками - спектральними діаграмами. Розрізняють два типи діаграм: *амплітудні* і *фазові*. При побудові їх по осі абсцис відкладають частоти гармонічних коливань; а по осі ординат – значення амплітуд A_n або відповідно, початкових фаз ψ_n .

При побудові спектральних діаграм для позитивних і негативних частот по осі ординат відкладається $A_n/2$.

4. ПЕРЕНЕСЕННЯ ПОЧАТКУ ВІДЛІКУ

При перенесенні (зсуві) початку відліку вздовж осі часу на $\pm t_3$, амплітуда A_n гармоніки (5) не змінюється, а аргумент ψ_n одержує приріст $\pm n\omega_1 t_3$, відповідно a_n , b_n залежать від вибору початку відліку. Розкладання в ряд Фур'є для нового початку відліку визначається виразами:

$$f(t) = f(t \pm t_3) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n(\omega_1 t \pm \omega_1 t_3) + b_n \sin n(\omega_1 t \pm \omega_1 t_3)]$$

$$f(\vartheta) = f(\vartheta \pm \omega_1 t_3) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n(\vartheta \pm \omega_1 t_3) + b_n \sin n(\vartheta \pm \omega_1 t_3)] \quad (10)$$

де t_3 , ϑ – абсциси в новій системі координат.

5. ГРАФОАНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗКЛАДАННЯ

Періодичні несинусоїдні функції, які зустрічаються в практиці, можуть бути розкладені в ряд наближено з використанням методу числового інтегрування. Графоаналітичне розкладання застосовується у випадках, коли аналітична апроксимація складна.

Скористаємось одним з простих методів наближеного розкладання, який заснований на властивості періодичної несинусоїдної функції:

$$2m(a_m + a_{3m} + a_{5m} + \dots) = f(0) - f\left(\frac{\pi}{m}\right) + f\left(\frac{2\pi}{m}\right) - \dots - f\left(\frac{2m-1}{m}\pi\right) \quad (11)$$

$$2m(b_m - b_{3m} + b_{5m} - \dots) = f\left(\frac{\pi}{2m}\right) - f\left(\frac{3\pi}{2m}\right) + f\left(\frac{5\pi}{2m}\right) - \dots - f\left(\frac{4m-1}{2m}\pi\right). \quad (12)$$

для $m = 1, 2, 3, \dots$, де $m, 3m, 5m \dots$ – номери гармонік.

Для того, щоб скористатися виразами (11, 12), потрібно визначити число гармонік, які необхідно враховувати. На практиці таку оцінку провести не важко, хоча вона є процесом послідовних наближень. Крім того, якщо взяти занадто мале число гармонік, то коефіцієнти при вищих гармоніках виявляться сумірними з максимальним значенням $f(\vartheta)$. В такому випадку потрібно збільшити число гармонік і почати обчислення спочатку.

Приклад 3. Розкладемо в ряд Фур'є криву напруги (рис.2) графоаналітичним способом.

Обмежимося у першому наближенні шістьма гармоніками. Запишемо (11), (12) для $m = 5$.

$$10a_5 = 0 - U\left(\frac{\pi}{5}\right) + U\left(\frac{2\pi}{5}\right) - U\left(\frac{3\pi}{5}\right) + U\left(\frac{4\pi}{5}\right) - U\left(\frac{5\pi}{5}\right) + U\left(\frac{6\pi}{5}\right) - U\left(\frac{7\pi}{5}\right) + U\left(\frac{8\pi}{5}\right) - U\left(\frac{9\pi}{5}\right) = -85 + 87 - 89 + 100 - 90 + 53 - 17 - 17 + 30 = -28;$$

$$a_5 = -2.8;$$

$$10b_5 = U\left(\frac{\pi}{10}\right) - U\left(\frac{3\pi}{10}\right) + U\left(\frac{5\pi}{10}\right) - U\left(\frac{7\pi}{10}\right) + U\left(\frac{9\pi}{10}\right) - U\left(\frac{11\pi}{10}\right) + U\left(\frac{13\pi}{10}\right) - U\left(\frac{15\pi}{10}\right) + U\left(\frac{17\pi}{10}\right) - U\left(\frac{19\pi}{10}\right) = 57 - 90 + 85 - 97 + 98 - 72 + 36 + 0 - 28 + 19 = 8;$$

$$b_5 = 0.8.$$

Коефіцієнти з номерами більше шести a_{15} , b_{15} , a_{25} , b_{25} , і т. д. приймаємо рівними нулю.

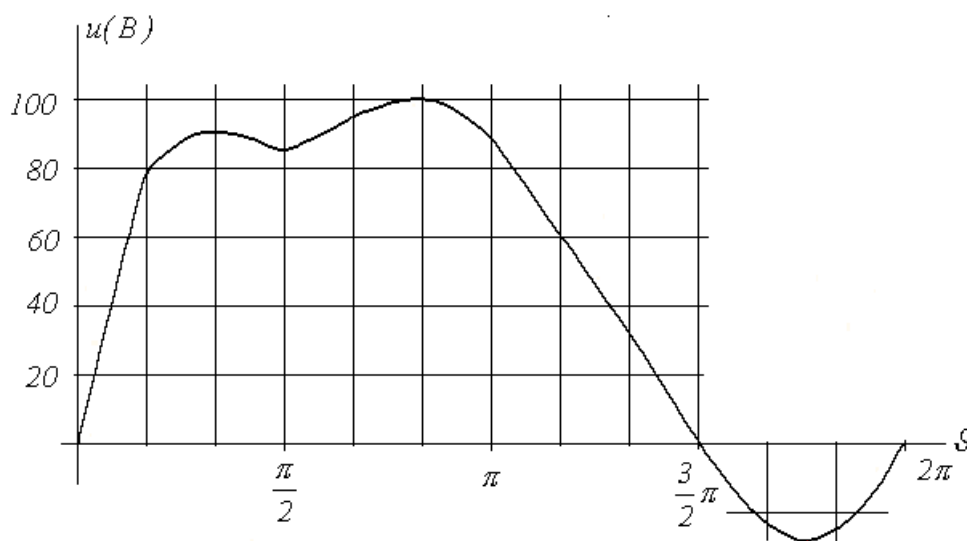


Рис.2

Амплітуду і фазу п'ятої гармоніки обчислюють за формулами :

$$U_{(5)} = \sqrt{a_5^2 + b_5^2} = \sqrt{(-2.8)^2 + 0.8^2} = 2.9 \text{ В};$$

$$\varphi_{(5)} = \arctg \frac{a_5}{b_5} = \arctg \frac{-2.8}{0.8} = -74.05^\circ.$$

Розрахунок інших гармонік зведемо в табл. 1

Таблиця 1

Знак a, b	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	Σ	Коефіц.
$12a_6$	0	80	89	85	94	100	89	59	29	0	-26	-28	-20	-1,7
$8a_4$	0	89	85	99	90	44	0	-30					-27	-3,4
$6a_3$	0	90	95	89	30	-27							-27	-4,5
$4(a_2+a_6)$	0	85	90	0									5	2,97
$2(a_1+a_3+a_5)$	0	90											-90	-38
$12b_6$	48	89	87	88	99	97	75	49	15	-15	-30	-17	10	0,83
$8b_4$	68	88	91	99	67	22	-21	-24					2,5	2,5
$6b_3$	80	85	100	58	0	-28							65	10,8
$4(b_2-b_6)$	89	99	45	-30									65	17,1
$2(b_1-b_3+b_5)$	85	0											85	52,5

Амплітуди і початкові фази гармонік:

$$U_{m(6)} = \sqrt{a_{(6)}^2 + b_{(6)}^2} = \sqrt{-1.7^2 + 0.83^2} = 1.89 \text{ В}; \quad \varphi_{(6)} = -63.98^\circ;$$

$$U_{m(4)} = \sqrt{-3.4^2 + 2.5^2} = 4.2 \text{ В}; \quad \varphi_{(4)} = -53.43^\circ;$$

$$U_{m(3)} = \sqrt{-4.5^2 + 10.8^2} = 11.7 \text{ В}; \quad \varphi_{(3)} = -22.6^\circ;$$

$$U_{m(2)} = \sqrt{2.97^2 + 17.1^2} = 17.3 \text{ В}; \quad \varphi_{(2)} = 9.82^\circ;$$

$$U_{m(1)} = \sqrt{-3.8^2 + 52.5^2} = 64.6 \text{ В}. \quad \varphi_{(1)} = -35.7^\circ.$$

Постійну складову знайдемо з виразу:

$$U_{(0)} \cong \frac{a_0}{2} \cong \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m u\left(\kappa \frac{2\pi}{m}\right), \quad m = 12;$$

$$U_{(0)} = \frac{1}{12} (80 + 89 + 85 + 94 + 100 + 89 + 59 + 29 - 26 - 28) = \frac{571}{12} = 47.58 \text{ В.}$$

6. ВИДИ СИМЕТРІЇ.

Періодичні несинусоїдні криві струмів (напруг) можуть мати певний вид симетрії. При розкладанні таких кривих у ряд Фур'є будуть відсутні деякі складові (табл. 2).

Таблиця 2

№ п/п	Симетрія відносно	Математична умова	Особливості розкладу
1	Осі ординат	$f(\vartheta) = f(-\vartheta)$	$b_n = 0$
2	Початку координат	$f(\vartheta) = -f(-\vartheta)$	$a_0 = a_n = 0$
3	Осі абсцис	$f(\vartheta) = -f(\vartheta + \pi)$	$a_0 = a_{2n} = b_{2n} = 0$
4	Випадки 1 і 3 одночасно	$f(\vartheta) = f(-\vartheta) = -f(\vartheta + \pi)$	$a_0 = b_n = a_{2n} = 0$
5	Випадки 2 і 3 одночасно	$f(\vartheta) = -f(-\vartheta) = -f(\vartheta + \pi)$	$a_0 = a_n = b_{2n} = 0$

В усіх п'яти випадках симетрії для визначення коефіцієнтів a_n і b_n достатньо інтегрувати функцію на половині періоду:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\vartheta) \cos(n\vartheta) d\vartheta; \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\vartheta) \sin(n\vartheta) d\vartheta.$$

Коефіцієнти функції, яка містить тільки непарні косинусоїди (випадок 4), і задовольняє умові $f(\vartheta) = -f(\pi - \vartheta)$, можуть бути визначені за чверть періоду:

$$a_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\vartheta) \cos(n\vartheta) d\vartheta$$

Коефіцієнти функції, яка містить тільки непарні синусоїди (випадок 5), і задовольняє умові $f(\vartheta) = f(\pi - \vartheta)$, також можуть бути визначені за чверть періоду:

$$b_n = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\vartheta) \sin(n\vartheta) d\vartheta.$$

Види симетрії залежать від вибору початку відліку. Якщо початок відліку може бути вибраний довільно, то доцільно вибрати його так, щоб отримати найбільшу симетрію.

7. ДІЮЧІ І СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ НЕСИНУСОЇДНИХ СТРУМІВ І НАПРУГ

Діючі значення періодичних несинусоїдних струмів і напруг визначаються діючими значеннями їхніх гармонік і не залежать від початкових фаз цих гармонік:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [i(t)]^2 dt} = \sqrt{I_{(0)}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_{m(n)}^2}{2}}, \quad (13)$$

тобто
$$I = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2 + \dots}$$

Середнє значення функції $i(t)$, взятої за модулем:
$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt$$

Для функції, симетричної відносно осі абсцис:
$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} |i(t)| dt.$$

8. ПОТУЖНІСТЬ У КОЛІ ПЕРІОДИЧНОГО НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Активна потужність дорівнює середньому значенню миттєвої потужності за період і розраховується як сума активних потужностей окремих складових

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P_{(n)} = U_{(0)} I_{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} U_{(n)} I_{(n)} \cos \varphi_{(n)}, \quad (14)$$

де $\varphi_{(n)} = \varphi_{u(n)} - \varphi_{i(n)}$.

Активна потужність від взаємодії різнойменних гармонік дорівнює нулю. За аналогією з поняттям реактивної потужності у колі синусоїдного струму може бути введене поняття реактивної потужності у колі з періодич-

ними несинусоїдними величинами. Реактивна потужність визначається як сума реактивних потужностей окремих гармонік.

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_{(n)} I_{(n)} \sin \varphi_{(n)}. \quad (15)$$

Якщо повну потужність визначити як добуток діючих значень напруги і струму $S=UI$, то, на відміну від синусоїдного режиму, для несинусоїдного режиму $Q^2+P^2 \neq S^2$, тому що вміст в одній з кривих (напруги, струму) гармонік, відсутніх в іншій кривій, не позначається на активній і реактивній потужностях, але підвищує діюче значення тієї функції, що містить ці гармоніки. Отже:

$$S^2 = P^2 + Q^2 + T^2 \quad (16)$$

Величина T називається *потужністю спотворення* і характеризує ступінь відмінності у формах кривих струму і напруги. Якщо опір кола чисто активний і лінійний, то криві напруги і струму подібні, при цьому: $T=0, Q=0$.

9. КОЕФІЦІЄНТИ, ЩО ХАРАКТЕРИЗУЮТЬ ПЕРІОДИЧНІ НЕСИНУСОЇДНІ СТРУМИ І НАПРУГИ

Коефіцієнт форми кривої є відношення діючого значення до середнього за модулем:

$$K_{\phi} = \frac{I}{I_{cp}} \quad (17)$$

Коефіцієнт амплітуди - відношення максимального значення до діючого:

$$K_a = \frac{I_{\max}}{I}. \quad (18)$$

Коефіцієнт спотворення - відношення діючого значення основної гармоніки до діючого значення всієї функції:

$$K_c = \frac{I_{(1)}}{I} \quad (19)$$

Коефіцієнт гармонік - відношення діючого значення вищих гармонік до діючого значення основної гармоніки:

$$K_z = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_{(n)}^2}}{I_{(1)}}. \quad (20)$$

Всі ці коефіцієнти, як правило, розраховують для кривих, що не містять постійної складової. Для таких кривих:

$$K_z = \frac{1}{K_c} \sqrt{1 - K_c^2}$$

За аналогією з колами синусоїдного струму відношення активної потужності до повної називають *коефіцієнтом потужності* і інколи прирівнюють до косинусу деякого умовного кута Θ .

$$\lambda = \frac{P}{UI} = \cos \Theta. \quad (21)$$

Можна дати геометричну інтерпретацію куту Θ , використовуючи поняття еквівалентних синусоїд струму і напруги, діючі значення яких дорівнюють діючим значенням несинусоїдних величин. Якщо між еквівалентними синусоїдами напруги і струму встановити кут Θ , то потужність, що виділяється у колі, дорівнює потужності несинусоїдного струму. Знак кута Θ приймається таким, як і знак реактивної потужності кола по першій гармоніці.

Для кривих, які мають постійну складову, розраховують *коефіцієнт пульсації* – відношення діючого значення гармонічних складових напруги (струму) до середнього значення напруги (струму):

$$K_n = \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_{(n)}^2}}{U_{cp}}$$

Прилади (амперметри, вольтметри), у залежності від системи, реагують на різні значення величин, що вимірюються:

- а) прилади *магнітоелектричної системи* - на середнє за період значення величини, що вимірюється;
- б) прилади *детекторної системи* (магнітоелектричні з випрямачами) – на середнє за модулем значення величини, що вимірюється;
- в) прилади *теплової, електромагнітної і електродинамічної систем* – на діюче значення величини, що вимірюється;
- г) *електронні прилади* – в залежності від пристроїв вхідного перетворювача – на середнє за модулем, діюче, середнє за період, максимальнє або мінімальнє значення вимірюваної величини.

У більшості випадків шкали приладів градууються для вимірювання діючого значення напруги (струму) синусоїдної форми. Тому при вимірах таким приладом у колах несинусоїдної напруги (струму) необхіднє введення відповідних поправок.

Приклад 4. Покази приладу детекторної системи для кривої (рис.3): $U_{np} = 1.11 U_{cp} = 111 \text{ В}$, де 1.11 – коефіцієнт форми, для синусоїдної напруги. Діюче і середнє значення цієї кривої $U = U_{cp} = 100 \text{ В}$, $K_{\phi} = 1$.

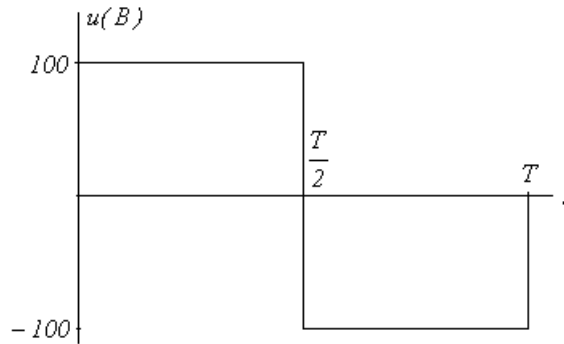


Рис.3

Покази приладу, що реагує на амплітудне значення: $U_{np} = \frac{U_m}{1.41} = 70.7 \text{ В}$, де

1.41 – коефіцієнт амплітуди для синусоїди. Діюче значення напруги визначається з урахуванням поправки, яка дорівнює коефіцієнту амплітуди кривої, що вимірюється:

$$U = \frac{1.41 U_{np}}{K_a}$$

10. ВИЩІ ГАРМОНІКИ В СИМЕТРИЧНИХ ТРИФАЗНИХ КОЛАХ

Гармоніки порядку **1, 4, 7** і т. д. утворюють у фазних напругах трифазного кола систему напруг *прямої послідовності*. Гармоніки **2, 5, 8** і т. д. утворюють систему *зворотної послідовності*, гармоніки, кратні трьом - **3, 6, 9** і т. д., – систему *нульової послідовності*.

У більшості практично важливих випадках у фазних напругах будуть відсутні як постійна складова, так і усі парні гармоніки. Обмежимося цим випадком для симетричних режимів.

Якщо фази генераторів і приймача з'єднані у зірку, то лінійні напруги, дорівнюють різницям напруг двох суміжних фаз, не містять гармонік нульової послідовності. Відсутність гармонік нульової послідовності веде до співвідношення: $U_{л} < \sqrt{3}U_{\phi}$,

бо

$$U_{\phi} = \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2 + U_{(5)}^2 + \dots};$$

$$U_{л} = \sqrt{3}(\sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(5)}^2 + \dots}) \quad (22)$$

При симетричному навантаженні і наявності нульового проводу струм у ньому

$$I_n = 3\sqrt{I_{(3)}^2 + I_{(9)}^2 + \dots}, \quad (23)$$

тобто враховуються гармоніки, кратні трьом, інші складові прямої та зворотної послідовності дають в сумі нуль. За відсутності нейтрального

проводу у струмах кожної з фаз немає вищих гармонік нульової послідовності.

II. ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНУ РОБОТУ

В електричному колі діє джерело періодичної несинусоїдної напруги, форма якої зображена на рис.4, $t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ с. Нелінійні ділянки є відтинками синусоїди.

ПОТРІБНО:

1. Розкласти задану напругу (рис. 4) в тригонометричний ряд (обмежитися постійною і трьома гармонічними складовими).
 2. Побудувати в одній системі координат часові графіки складових і сумарну криву напруги, останню порівняти з заданою.
 3. Розрахувати миттєві значення струмів усіх віток заданої схеми (рис. 5).
 4. Побудувати амплітудні і фазові спектральні діаграми для струму і напруги джерела.
 5. Обчислити для змінної складової прикладеної напруги коефіцієнти форми, спотворення, амплітуди, гармонік.
 6. Визначити покази увімкнених у схему приладів (амперметри – електромагнітної системи, вольтметри – магнітоелектричної).
 7. Скласти баланс активних потужностей і обчислити потужності S , Q , T джерела і коефіцієнт потужності.
 8. Показати, при якій ємності C можливий резонанс усього кола для однієї з вищих гармонік.
 9. Вважаючи задану схему однією з фаз симетричного трифазного кола при з'єднанні генератора і навантаження зіркою з нульовим проводом, визначити діюче значення лінійної напруги і струму в нульовому проводі.
- При розрахунку вважати, що постійна складова напруги кожної фази і опір нульового проводу дорівнюють нулю.

Таблиця 3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_m (В)	20	30	40	50	60	70	80	90	40	100
R (Ом)	2	3	4	5	6	7	8	9	3,5	4,5
C (мкФ)	50	100	150	200	250	300	80	120	180	220
L (мГ)	1	2	3	4	5	1,5	3,2	4,5	2,5	3,5

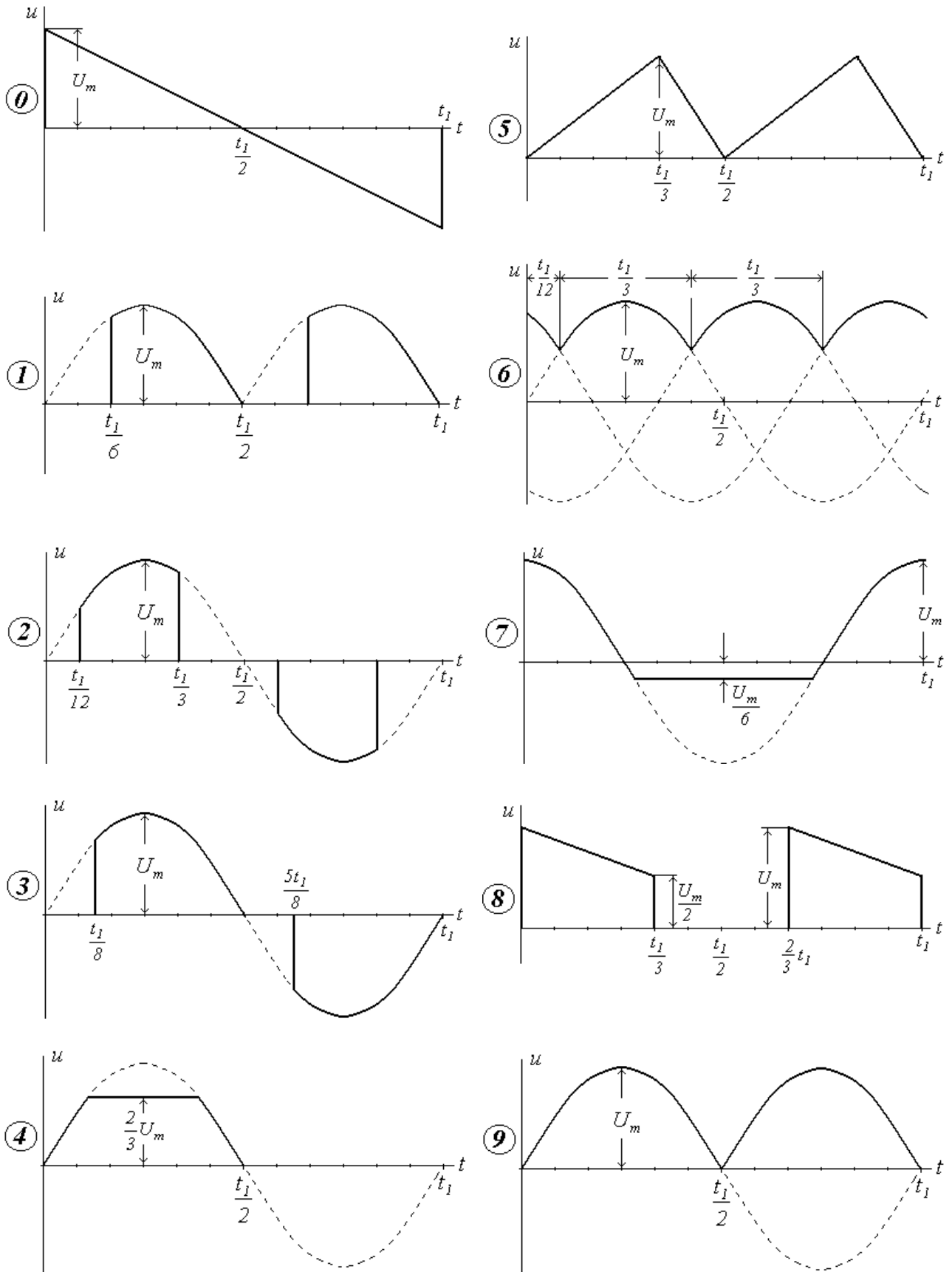


Рис.4

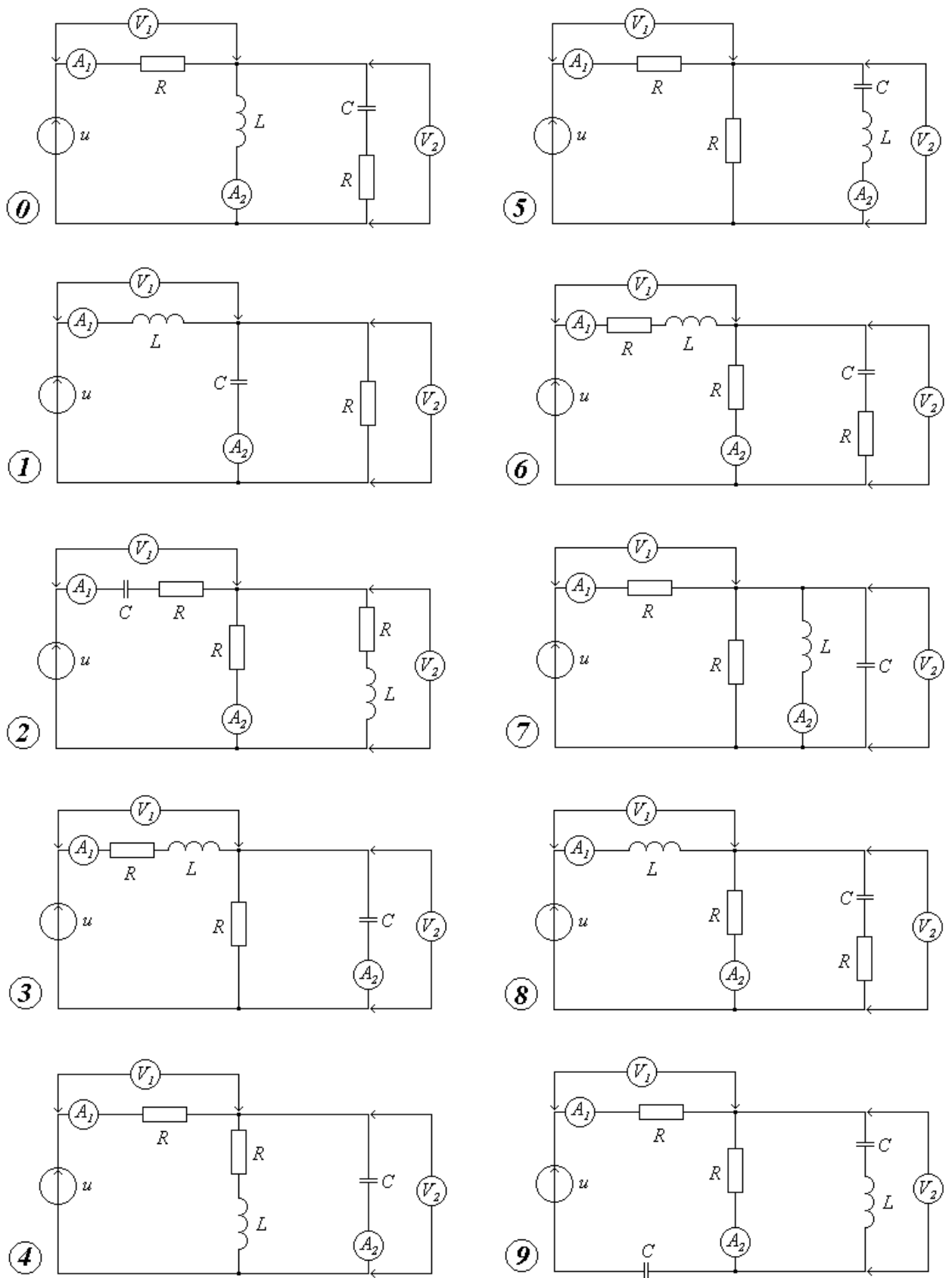


Рис.5

ІІІ. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

Задана форма кривої напруги (рис. 6) з періодом $T = t_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ с, $U_m = 40$ В, прикладеної до пасивного двополюсника (рис. 7), $L = 2$ мГ, $R = 8$ Ом, $C = 50$ мкФ. Виконаємо розрахунок для кожного пункту і визначимо всі величини згідно умови завдання (розд. ІІ).

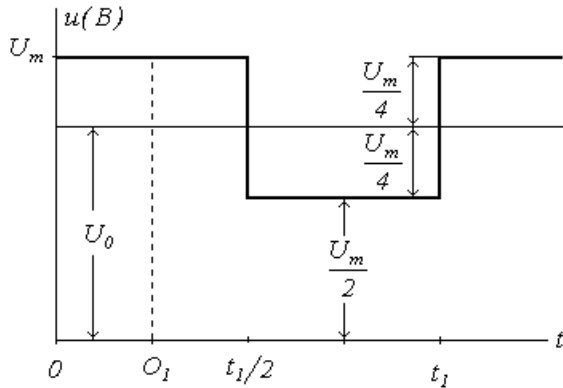


Рис. 6

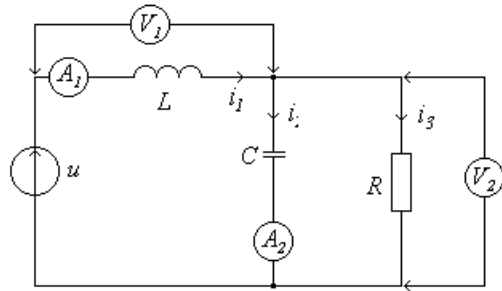


Рис. 7

1. Розкладемо аналітично криву напруги у ряд Фур'є. Якщо перенести початок відліку на $\frac{\pi}{2}$, то крива напруги буде симетрична відносно осі ординат. За першою умовою симетрії (див. табл. 2) коефіцієнт $b_n = 0$.

Функція $U(\vartheta)$, де $\vartheta = \omega_1 t$, $\omega_1 = 2\pi \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 1257$ с⁻¹ (початок відліку у точці O_1) має вигляд:

$$u(\vartheta) = \begin{cases} U_m & \text{при } 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{U_m}{2} & \text{при } \frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{3}{4}\pi \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} \frac{4}{3}\pi \leq \vartheta \leq 2\pi; \\ \frac{3}{4}\pi \leq \vartheta \leq \pi \end{cases}$$

Коефіцієнти a_n за виразом (4)

$$a_n = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} U_m \cos n\vartheta d\vartheta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{4}\pi} \frac{U_m}{2} \cos n\vartheta d\vartheta \right) = \frac{U_m}{\pi} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{n} + \frac{U_m}{\pi} \frac{\sin n\pi}{n}.$$

При $n=0$, розкривши невизначеність, отримаємо $a_0 = \frac{3}{2} U_m = 2U_0$.

Те ж значення для a_0 отримаємо з (3): $a_n = \frac{U_m}{\pi n} \sin \frac{n\pi}{2}$; $n=1, 2, 3, \dots$

Тригонометричний ряд $u(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\vartheta$.

Якщо прийняти за початок відліку $t = 0$, згідно (10), маємо:

$$u(\vartheta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n(\vartheta - \frac{\pi}{2}) = \frac{3}{4}U_m + \frac{U_m}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\vartheta}{n}, \quad n=1, 3, 5, \dots$$

або

$$u(\omega_1 t) = \frac{3}{4}U_m + \frac{U_m}{\pi} (\sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots).$$

У точках розриву сума ряду дорівнює середньому арифметичному граничних значень функції, тобто $\frac{U_m + U_m/2}{2} = \frac{3}{4}U_m$.

Якщо скористатися формою ряду Фур'є (8), то можна отримати безпосередньо коефіцієнти

$$\begin{aligned} F_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} U_m e^{-jn\vartheta} d\vartheta + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \frac{U_m}{2} e^{-jn\vartheta} d\vartheta = \frac{U_m e^{-jn\vartheta}}{\pi(-jn)} \Big|_0^{\pi} + \frac{U_m e^{-jn\vartheta}}{2\pi(-jn)} \Big|_{\pi}^{2\pi} = \\ &= \frac{U_m}{\pi j n} (1 - e^{-jn\pi}) - \frac{U_m}{2\pi j n} (e^{-jn2\pi} - e^{-jn\pi}). \end{aligned}$$

При $n=0$, розкривши невизначеність, одержуємо $F_0 = \frac{3}{2}U_m$.

Враховуючи, що $e^{-jn\pi} = \cos n\pi - j \sin n\pi = \cos n\pi = (-1)^n$; $e^{-2jn\pi} = 1$;

$$\dot{F}_n = \frac{U_m}{\pi j n} [1 - (-1)^n] - \frac{U_m}{2\pi j n} [1 - (-1)^n] = \frac{U_m}{2 j n \pi} [1 - (-1)^n];$$

$$\dot{F}_n = \begin{cases} 0 & \text{при } n \text{ парному;} \\ \frac{U_m}{j n \pi} & \text{при } n \text{ непарному.} \end{cases}$$

Ряд у комплексній формі для вхідної напруги

$$u = \frac{3}{4}U_m + \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{U_m}{2 j n \pi} [1 - (-1)^n] e^{jn\vartheta}.$$

Якщо перейти від комплексної до тригонометричної форми ряду, прийдемо до виразу:

$$u = \frac{3}{4}U_m + \frac{U_m}{\pi} \left(\frac{e^{j9} - e^{-j9}}{j2} + \frac{e^{j39} - e^{-j39}}{3j2} + \frac{e^{j59} - e^{-j59}}{5j2} + \dots \right) =$$

$$= \frac{3}{4}U_m + \frac{U_m}{\pi} \left(\sin 9 + \frac{1}{3} \sin 39 + \frac{1}{5} \sin 59 + \dots \right).$$

Обмежуючись трьома складовими, крім постійної,

$$u = 30 + 12.74 \cdot \sin(1257t) + 4.25 \sin(3 \cdot 1257t) + 2.55 \sin(5 \cdot 1257t).$$

2. Побудуємо в одній системі координат часові графіки складових напруги і сумарну криву $u = u_{(0)} + u_{(1)} + u_{(3)} + u_{(5)}$.

При зображенні кривих окремих гармонік необхідно звернути увагу на відмінність в масштабах по осі $\omega_1 t$ для різних гармонік (рис. 8).

3. Обчислимо значення струмів і напруг для кожної складової прикладеної напруги.

Для нульової складової $U_{(0)}=30$ (В) (див. рис. 6) опір постійному струму $Z_{(0)}=R$.

$$I_{1(0)} = I_{3(0)} = \frac{U_{(0)}}{Z_{(0)}} = \frac{30}{8} = 3.75 \text{ А}; \quad I_{2(0)} = 0.$$

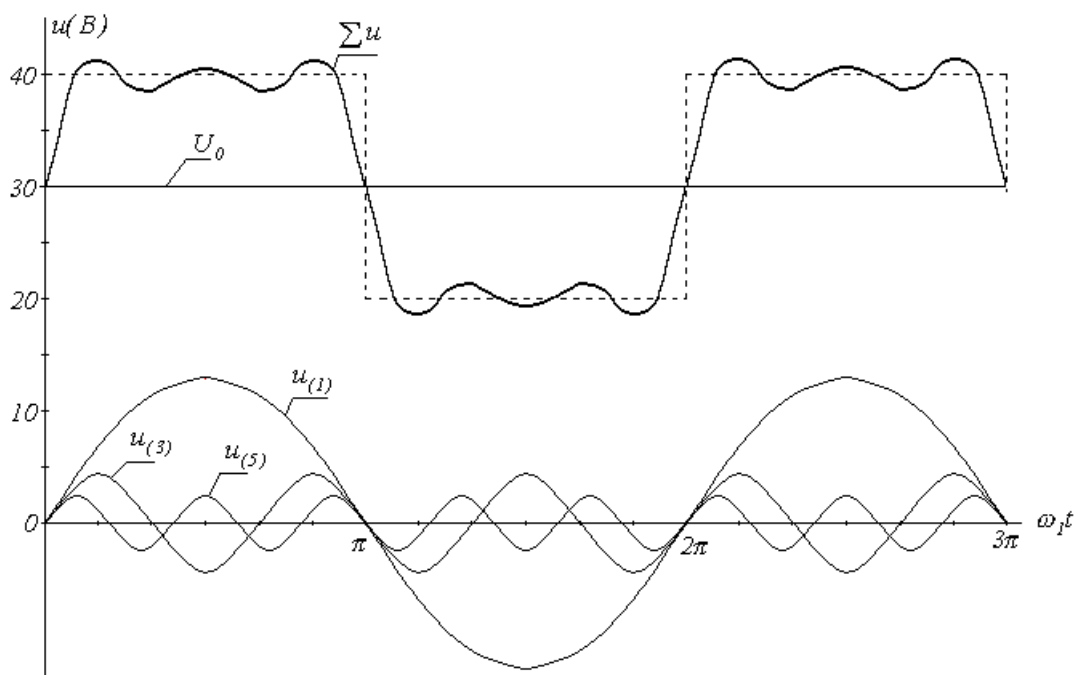


Рис. 8

Струми для гармонічних складових ряду розраховуємо в комплексній формі.

Комплексний опір кола:

$$\underline{Z}_{(n)} = jn\omega L + \frac{\frac{R}{jn\omega C}}{R + \frac{1}{jn\omega C}}. \quad (24)$$

Для напруги основної гармоніки $n=1$, $u_1 = 12.74 \sin 1257t$ В; $U_1 = 9.04$ В.

$$\underline{Z}_{(1)} = j\omega L + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = j1257 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + \frac{-j8 \frac{1}{1257 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}}{8 - j \frac{1}{1257 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= 6.39 - j0.65 = 6.42e^{j5.9^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_{1(1)} = \frac{U_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{9.04}{6.42e^{-j5.9^\circ}} = 1.4e^{j5.9^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{2(1)} = \underline{I}_{1(1)} \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 1.4e^{j5.9^\circ} \frac{8}{17.8e^{-j63.29^\circ}} = 0.62e^{j69.19^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{3(1)} = \underline{I}_{1(1)} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 1.4e^{j5.9^\circ} \frac{15.9e^{-j20.81^\circ}}{17.8e^{-j63.29^\circ}} = 1.24e^{-j20.81^\circ} \text{ А};$$

Визначимо струми для третьої гармоніки:

$$\dot{U}_{(3)} = \frac{4.26}{\sqrt{2}} = 3.01 \text{ В}; \quad \underline{Z}_{(3)} = j3\omega L + \frac{R \frac{1}{j3\omega C}}{R + \frac{1}{j3\omega C}} + j7.5 + \frac{8 \cdot 53e^{-j90^\circ}}{8 - j53} =$$

$$= 2.44 + j3.82 = 4.53e^{j57.43^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_{1(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{3.01}{4.53e^{j57.43^\circ}} = 0.67e^{-j57.43^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{2(3)} = \dot{I}_{1(3)} \frac{R}{R + \frac{1}{j3\omega C}} = 0.67e^{-j57.43^\circ} \frac{8}{9.6e^{-j33.52^\circ}} = 0.37e^{-j113.91^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{3(3)} = \dot{I}_{1(3)} \frac{\frac{1}{j3\omega C}}{R + \frac{1}{j3\omega C}} = 0.67e^{-j57.43^\circ} \frac{5.3e^{-j90^\circ}}{9.6e^{-j33.52^\circ}} = 0.37e^{-j113.91^\circ} \text{ A};$$

Для п'ятої гармоніки напруги: $U_{(5)} = \frac{2.55}{\sqrt{2}} = 1.81 \text{ В.}$

$$Z_{(5)} = j5\omega L + \frac{R \frac{1}{j5\omega C}}{R + \frac{1}{j5\omega C}} = j12.5 + \frac{8 \cdot (-j3.14)}{8 - j3.14} = 1.06 + j9.79 = 9.83e^{j83.8^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{I}_{1(5)} = \frac{\dot{U}_{(5)}}{Z_{(5)}} = \frac{1.81}{9.83e^{j83.8^\circ}} = 0.18e^{-j83.8^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{2(5)} = 0.18e^{-j83.8^\circ} \frac{8}{9.59e^{-j21.43^\circ}} = 0.17e^{-j62.37^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_{3(5)} = 0.18e^{-j83.8^\circ} \frac{3.14e^{-j90^\circ}}{8.59e^{-j21.43^\circ}} = 0.07e^{-j152.37^\circ} \text{ A.}$$

Миттєві значення струмів дорівнюють сумі миттєвих значень складових окремих гармонік:

$$i_1 = i_{1(0)} + i_{1(1)} + i_{1(3)} + i_{1(5)} = 3.75 + 1.4\sqrt{2} \sin(\omega_1 t + 5.9^\circ) + \\ + 0.67\sqrt{2} \sin(3\omega_1 t - 57.43^\circ) + 0.18\sqrt{2} \sin(4\omega_1 t - 83.8^\circ) \text{ A};$$

$$i_2 = i_{2(1)} + i_{2(3)} + i_{2(5)} = 0.62\sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 20.81^\circ) + \\ + 0.56\sqrt{2} \sin(3\omega_1 t - 23.91^\circ) + 0.17\sqrt{2} \sin(5\omega_1 t - 62.37^\circ) \text{ A};$$

$$i_3 = i_{3(0)} + i_{3(1)} + i_{3(3)} + i_{3(5)} = 3.75 + 1.24\sqrt{2} \sin(\omega_1 t - 20.81^\circ) + \\ + 0.37\sqrt{2} \sin(3\omega_1 t - 113.91^\circ) + 0.07\sqrt{2} \sin(5\omega_1 t - 152.37^\circ) \text{ A};$$

4. На рис.9 побудовані амплітудні і фазові спектральні діаграми напруги (рис.9 а,б) і струму (рис.9 в,г) на вході схеми.

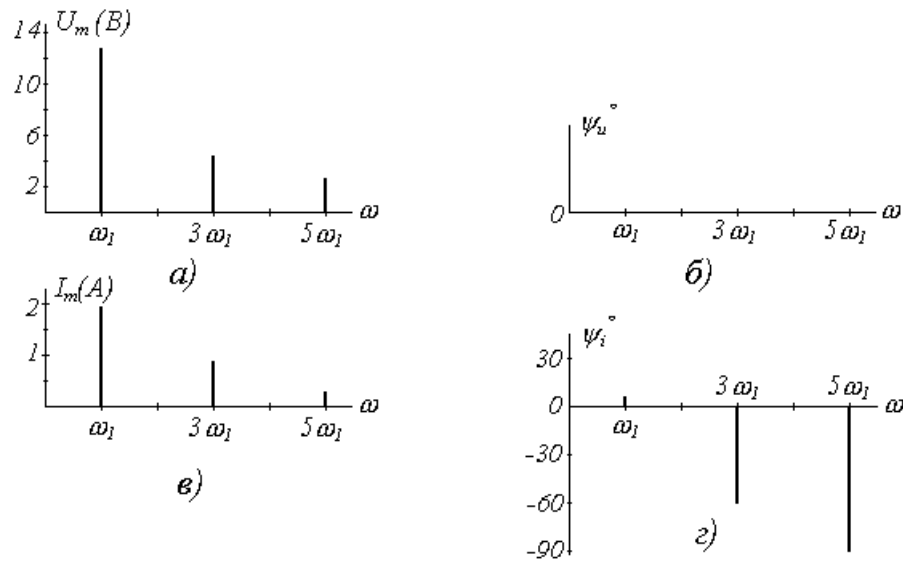


Рис. 9

5. Обчислимо для змінної складової прикладеної напруги (див. рис. 6) коефіцієнти K_ϕ , K_a , K_c , K_z (17) – (20)

$$U_{\sim cp} = \frac{2}{2\pi} \int_0^\pi \frac{U_m}{4} d\vartheta; \quad U_{\sim} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{U_m}{4}\right)^2 d\vartheta} = \frac{U_m}{4};$$

$$K_\phi = \frac{U_{\sim}}{U_{\sim cp}} = 1; \quad K_a = \frac{U_{\sim m}}{U_{\sim}} = 1; \quad K_c = \frac{U_1}{U_{\sim}} = \frac{U_m}{\pi \sqrt{2} U_m} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0.9$$

$$K_z = \frac{1}{K_c} \sqrt{1 - K_c^2} = \frac{1}{0.9} \sqrt{1 - 0.9^2} = 0.484$$

6. Покази амперметрів електромагнітної системи:

$$I_1 = \sqrt{I_{1(0)}^2 + I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2 + I_{1(5)}^2} = \sqrt{3.75^2 + 1.4^2 + 0.67^2 + 0.18^2} = 4.06 \text{ A};$$

$$I_2 = \sqrt{I_{2(0)}^2 + I_{2(3)}^2 + I_{2(5)}^2} = \sqrt{0.62^2 + 0.56^2 + 0.17^2} = 0.85 \text{ A}.$$

Вольтметри магнітоелектричної системи

$$U_1 = 0. \quad U_2 = I_{3(0)} R = 3.75 \cdot 8 = 30 \text{ В}.$$

7. Обчислення потужностей.

Активна потужність джерела (14.)

$$P = U_{(0)}I_{1(0)} + U_{(1)}I_{1(1)} \cos \varphi_{(1)} + U_3 I_{1(3)} \cos \varphi_{(3)} + U_{(5)}I_{1(5)} \cos \varphi_{(5)} =$$

$$= 30 \cdot 3.75 + 9.04 \cdot 1.4 \cos(-5.9^\circ) + 3.02 \cdot 0.67 \cos 57.43^\circ + 1.81 \cdot 0.18 \cos 83.8^\circ =$$

$$= 112.5 + 12.6 + 1.1 + 0.035 = 126.2 \text{ Вт.}$$

Потужність, що споживається активними опорами:

$$P_n = R(I_{3(0)}^2 + I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2 + I_{3(5)}^2) = 8(3.75^2 + 1.24^2 + 0.37^2 + 0.07^2) = 125.9 \text{ Вт.}$$

Баланс активних потужностей виконується ($P=P_n$): $126,2 \cong 125,9$.

Реактивна потужність згідно (15)

$$Q = U_{(1)}I_{1(1)} \sin \varphi_{(1)} + U_{(3)}I_{1(3)} \sin \varphi_{(3)} + U_{(5)}I_{1(5)} \sin \varphi_{(5)} = 9.04 \cdot 1.4 \sin(-5.9^\circ) +$$

$$+ 3.02 \cdot 0.67 \sin 57.43^\circ + 1.81 \cdot 0.18 \sin 83.8^\circ =$$

$$= -1.3 + 1.7 + 0.32 = 0.62 \text{ ВАр.}$$

Повна потужність $S=UI$.

Визначимо діюче значення вхідної напруги, обмежуючись трьома змінними і сталою складовими:

$$U = \sqrt{U_{(0)}^2 + U_{(1)}^2 + U_{(3)}^2 + U_{(5)}^2} = \sqrt{30^2 + 9.04^2 + 3.02^2 + 1.81^2} = 31.5 \text{ В.}$$

Обчислимо цю ж напругу безпосередньо за кривою (див. рис. 6) згідно (13)

$$U = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\pi U^2 d\vartheta + \int_\pi^{2\pi} \frac{U^2}{4} d\vartheta \right]} = \sqrt{\frac{U^2}{2\pi} \left[\pi + \frac{1}{4}(2\pi - \pi) \right]} = 0.79U = 31.6 \text{ В.}$$

Напруги приблизно рівні, але в подальших розрахунках використаємо перше значення $S=31.5 \cdot 4.06=128 \text{ ВА}$.

Потужність спотворення $T = \sqrt{128^2 - 126.2^2 - 0.62^2} = \sqrt{457.62} = 21.4 \text{ ВА}$.

$$\text{Коефіцієнт потужності (21)} \quad \lambda = \frac{P}{S} = \frac{126.2}{128} = 0.986$$

8. Визначимо ємність, при якій можливий резонанс усього кола для однієї з вищих гармонік, припускаючи, що інші параметри схеми постійні.

Для заданої схеми можливий послідовний резонанс при реактивній складовій вхідного опору, рівній нулю.

Із (24):

$$Z_{(n)} = jn\omega L + \frac{R(1 - jnR\omega C)}{1 + (nR\omega C)^2};$$

$$X_{(n)} = n\omega L \left[1 + (nR\omega C)^2 \right] - nR^2\omega C = 0;$$

$$L(nR\omega C)^2 - R^2 C + L = 0.$$

Будемо мати хоч би одне дійсне додатне значення C , якщо виконується умова:

$$(2nLR\omega)^2 - R^4 = R^2 \left[n^2 (2\omega L)^2 - R^2 \right] \leq 0;$$

$$n \leq \frac{R}{2\omega L} = \frac{8}{2 \cdot 1257 \cdot 10^{-3}} = 1.59.$$

Отже, за даних значень R , L , ω неможливо отримати резонанс для вищих гармонік, але можна отримати для основної гармоніки.

9. Визначити струм у нульовому проводі трифазного кола (рис.10).
Згідно (23):

$$I = 3\sqrt{I_{1(3)}^2} = 3\sqrt{0.61^2} = 1.83 \text{ А.}$$

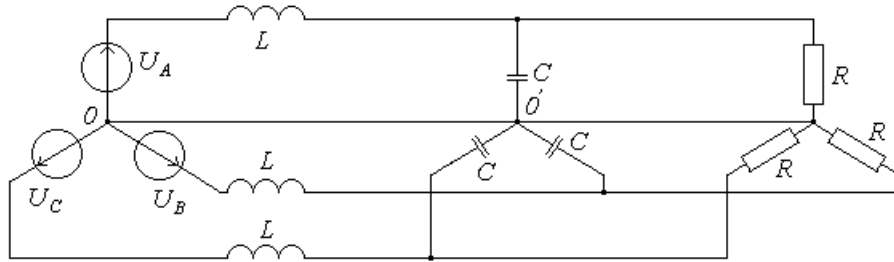


Рис. 10

Лінійна напруга генератора згідно (22):

$$U_n = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_{(1)}^2 + U_{(5)}^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9.04^2 + 1.81^2} = 15.97 \text{ В.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

Нейман Л. Р., Демирчян К. С. "Теоретические основы электротехники". Т. 1. – М.: Высшая Школа, 1981.

Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. "Основы теории цепей". – М.: Энергоатомиздат, 1989.

Шебес М. Р. "Задачник по теории линейных электрических цепей". – М.: Высшая. Школа, 1982.

Ангамонов В.Х., Курило И.А. "Избранные задачи по линейным электрическим цепям": Учебное пособие.-К.: НМК ВО, 1993. – 96 с.

ЗМІСТ

I. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ	3
1. ТРИГОНОМЕТРИЧНА ФОРМА РЯДУ ФУР'Є	3
2. КОМПЛЕКСНА ФОРМА РЯДУ ФУР'Є	6
3. СПЕКТРИ	7
4. ПЕРЕНЕСЕННЯ ПОЧАТКУ ВІДЛІКУ	8
5. ГРАФОАНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД РОЗКЛАДАННЯ	8
6. ВИДИ СИМЕТРІЇ	11
7. ДЮЧІ І СЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ НЕСИНУСОЇДНИХ СТРУМІВ І НАПРУГ	12
8. ПОТУЖНІСТЬ У КОЛІ ПЕРІОДИЧНОГО НЕСИНУСОЇДНОГО СТРУМУ	12
9. КОЕФІЦІЄНТИ, ЩО ХАРАКТЕРИЗУЮТЬ ПЕРІОДИЧНІ НЕСИНУСОЇДНІ СТРУМИ І НАПРУГИ	13
10. ВИЩІ ГАРМОНІКИ В СИМЕТРИЧНИХ ТРИФАЗНИХ КОЛАХ	15
II. ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНУ РОБОТУ	16
III. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ	19
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	27
ЗМІСТ	28