

## Лабораторна робота № 23

### ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА ІЗ ВЗАЄМНОЮ ІНДУКТИВНІСТЮ

#### Мета роботи

Ознайомитись з явищем взаємної індукції в електричних колах з послідовним та паралельним сполученням магнітнозв'язаних котушок.

Розрахувати власні та еквівалентні активні і реактивні опори індуктивнозв'язаних котушок.

Визначити взаємну індуктивність  $M$  при різних схемах з'єднання магнітнозв'язаних котушок.

Ознайомитись з явищами "хибної ємності" та передачі енергії через магнітне поле між котушками.

Побудувати векторні діаграми для різних схем з'єднання магнітно зв'язаних котушок.

#### Підготовка до роботи

При підготовці до роботи студенти мають скласти протокол звіту, ознайомитись з методичними вказівками, робочим завданням та відповісти на такі запитання:

1. В чому сутність явища взаємоіндукції?
2. Що являє собою взаємна індуктивність  $M$  та від чого залежить її величина?
3. Що таке коефіцієнт індуктивного зв'язку  $K_{зв}$  та в яких межах може змінюватись його величина?
4. Як дослідним шляхом визначити взаємну індуктивність  $M$ ?
5. Які затискачі називають однойменними і як їх визначити?
6. За яких умов при послідовному з'єднанні індуктивнозв'язаних котушок має місце ефект "хибної ємності" ?
7. За яких умов має місце передача енергії між індуктивнозв'язаними котушками?

#### Робоче завдання

1. Скласти електричне коло (рис.23.1) для визначення власних параметрів котушок та взаємної індуктивності  $M$ .

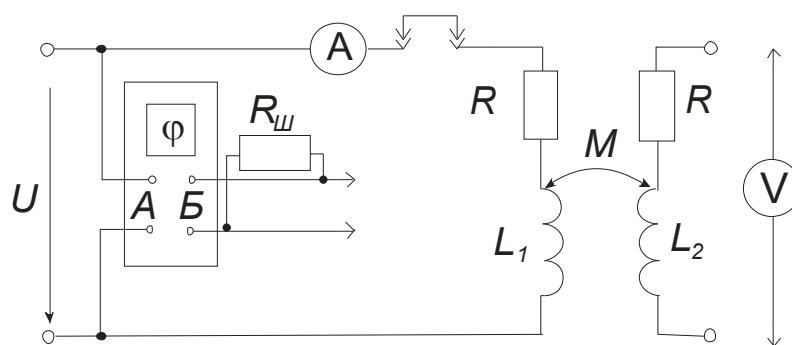


Рис.23.1



4. Скласти електричне коло з двох паралельно з'єднаних індуктивнозв'язаних котушок (рис.23.3).

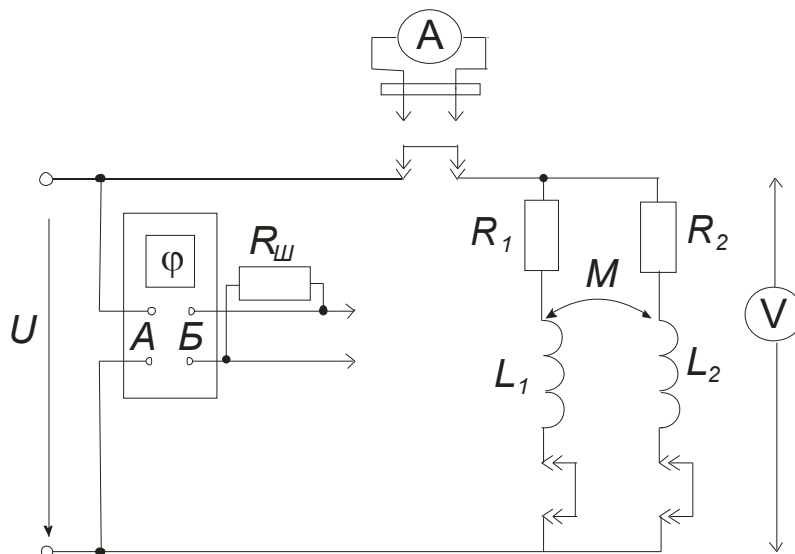


Рис. 23.3

5. Виміряти величини, зазначені в таблиці 23.3, для узгодженого та зустрічного ввімкнення котушок.

Таблиця 23.3

Спосіб з'єднання котушок	Досліджувана котушка	Виміри			Розрахунки				
		$U$	$I$	$\varphi$	$P$	$R$	$X$	$Z$	$L$
Паралельно узгоджено	Перша								
	Друга								
	Обидві								
Паралельно зустрічно	Перша								
	Друга								
	Обидві								

6. Користуючись дослідними даними п. 1 та 2, розрахувати активний, реактивний, повний опори та індуктивність кожної з котушок, а також їх взаємну індуктивність  $M$ ; результати занести в табл.23.1.

7. Користуючись дослідними даними п. 4 та 6, розрахувати активний, реактивний, повний опори і власну індуктивність кожної з котушок та всього кола для всіх дослідів; результати розрахунків занести у відповідні таблиці (23.2 і 23.3

8. Побудувати суміщені векторні діаграми для всіх досліджених схем з'єднання індуктивнозв'язаних котушок.

9. Для обох дослідів п.6 додатково розрахувати:
- активні потужності теплових втрат кожної котушки;
  - активну потужність енергії, що передається від однієї котушки до іншої.
10. Порівняти власний і еквівалентний реактивний опори кожної з котушок для всіх досліджених випадків; пояснити одержані результати.

### **Завдання на навчально-дослідну роботу студентів**

- Проаналізувати явище “хибної ємності”:
  - за яких умов реактивний опір однієї з двох послідовно з’єднаних, індуктивнозв’язаних котушок має ємнісний характер?
  - якщо котушки з’єднані паралельно і зустрічно ( $R_1 = R_2 = 0$ ), то при якому співвідношенні між  $L_1$ ,  $L_2$  та  $M$  струм однієї з них випереджає за фазою прикладену напругу?
- Проаналізувати явище передачі енергії між індуктивнозв’язаними котушками та від котушки до джерела:
  - за яких умов передача енергії між котушками можлива?
  - якщо котушки з’єднані паралельно (узгоджено чи зустрічно), яка з них віддає енергію іншій?
  - за яких умов активна потужність однієї з двох паралельно з’єднаних котушок від’ємна?

### **Методичні вказівки**

Явище наведення ЕРС в будь-якому контурі при зміні струму в іншому контурі називається *взаємоіндукцією*, а наведена ЕРС – *ЕРС взаємоіндукції*. Електричні кола, в яких наводяться ЕРС взаємоіндукції, називають індуктивнозв’язаними колами.

Зв’язок поточкозчеплення взаємної індукції одного електричного кола зі струмом в іншому електричному колі характеризується *взаємною індуктивністю*  $M$ :

$$M = M_{12} = M_{21} = \frac{w_1 \Phi_{M2}}{i_2} = \frac{w_2 \Phi_{M1}}{i_1},$$

де  $1$  та  $2$  – номери котушок.

Взаємна індуктивність двох котушок залежить від кількості витків, форми і розмірів кожної з них, магнітних властивостей докільця та взаємного розташування цих котушок.

Взаємну індуктивність  $M$  двох котушок можна визначити за схемою рис. 23.1. Напруга на затискачах розімкнутої котушки чисельно дорівнює ЕРС взаємоіндукції, отже

$$M = \frac{U_{M1}}{\omega I_2} = \frac{U_{M2}}{\omega I_1}.$$

Позитивні напрямки струмів  $i_1$  та  $i_2$  індуктивно зв’язаних котушок вважаються *узгодженими*, якщо позитивні напрямки створюваних цими струмами магнітних потоків самоіндукції і взаємоіндукції співпадають (поток самоіндукції і взаємоіндукції додаються). Ввімкнення котушок в цьому випадку називають

узгодженим. Якщо магнітні потоки самоіндукції та взаємоіндукції напрямлені назустріч один одному, ввімкнення котушок називається *зустрічним*.

Затискачі котушок, відносно яких струми на схемі напрямлені однаково і котушки при цьому ввімкнені узгоджено, називаються *однойменними* або *однополярними*. На схемі однойменні затискачі маркуються символом у вигляді точки (зірки, трикутника тощо).

Ступінь індуктивного зв'язку двох котушок характеризується коефіцієнтом магнітного зв'язку.

$$K_{зв} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

який показує, яка частина потоку, створеного струмом однієї котушки, зчіплюється з іншою котушкою. Оскільки потік взаємоіндукції у котушці менший за потік самоіндукції (за рахунок потоку розсіювання), коефіцієнт магнітного зв'язку завжди менший за одиницю.

Для двох індуктивно зв'язаних котушок, з'єднаних послідовно і ввімкнених узгоджено (рис. 23.4), рівняння в диференціальній формі має вигляд:

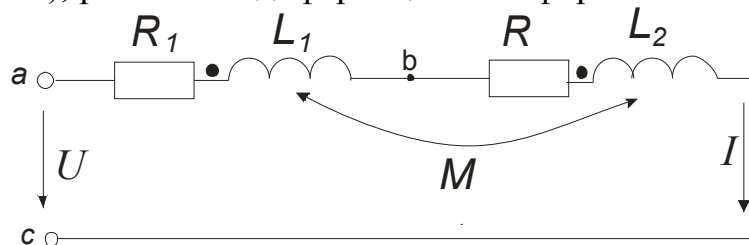


Рис. 23.4

$$u = u_{ab} + u_{bc} = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + R_2 i + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt},$$

а для кола синусоїдного струму в комплексній формі:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_{ab} + \dot{U}_{bc} = (R_1 + jX_1 + jX_M) \dot{I} + (R_2 + jX_2 + jX_M) \dot{I} = \\ &= (R_1 + jX_{1y}) \dot{I} + (R_2 + jX_{2y}) \dot{I} = \underline{Z}_{1y} \dot{I} + \underline{Z}_{2y} \dot{I} = \dot{I} \underline{Z}_y. \end{aligned}$$

Повний опір кола в комплексній формі розраховується за формулою:

$$\underline{Z}_y = Z_y e^{j\varphi_y} = (R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2 + 2X_M) = (R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$$

При послідовному з'єднанні індуктивнозв'язаних котушок вся енергія, що надходить в коло кожної котушки, перетворюється на тепло в тій же котушці. Активна потужність теплових втрат котушки прямо пропорційна активному опору її обмотки, отже наявність взаємоіндукції ніяким чином не впливає на величину активного опору кожної котушки окремо та активного опору кола в цілому.

В той же час взаємоіндукція впливає на величину реактивного опору та еквівалентної індуктивності кожної котушки, які збільшуються, відповідно, на  $X_M$  та  $M$ :

$$\begin{aligned} X_{1y} &= X_1 + X_M; & L_{1y} &= \frac{X_{1y}}{\omega} = L_1 + M; \\ X_{2y} &= X_2 + X_M; & L_{2y} &= \frac{X_{2y}}{\omega} = L_2 + M. \end{aligned}$$

Еквівалентна індуктивність всього кола в такому випадку

$$L_y = L_{1y} + L_{2y} = L_1 + L_2 + 2M.$$

Якщо в схемі рис. 23.4 затискачі однієї з котушок поміняти місцями, отримаємо послідовне зустрічне з'єднання. Рівняння такого електричного кола буде відрізнатись від попереднього від'ємним знаком перед складовими, що вміщують взаємну індукцію  $M$ .

Якщо  $L_1 > M > L_2$ , еквівалентний реактивний опір другої котушки буде від'ємним, струм цієї котушки буде випереджати напругу на її затискачах; таке явище називають ефектом «хибної ємності».

Еквівалентна індуктивність всього кола, в разі послідовного зустрічного з'єднання котушок розраховується за формулою:  $L_3 = L_{13} + L_{23} = L_1 + L_2 - 2M$ , і при цьому завжди  $L_3 > 0$ .

Виконавши досліди з узгодженим та зустрічним послідовним з'єднанням двох котушок, взаємну індукцію визначають так:

$$M = \frac{X_y - X_3}{4\omega} = \frac{L_y - L_3}{4}.$$

Паралельне з'єднання індуктивно зв'язаних котушок називають узгодженим, якщо однойменні затискачі котушок з'єднані між собою (рис. 23.5).

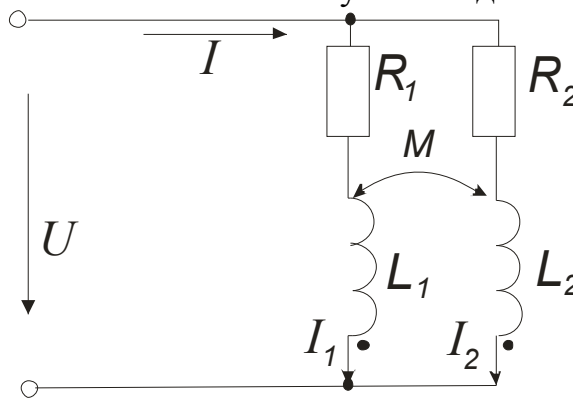


Рис. 23.5

Позначивши:  $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$ ,  $\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2$ ,  $\underline{Z}_M = j\omega M$ , запишемо систему рівнянь такого електричного кола

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2; \\ \dot{U} &= \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{Z}_M; \\ \dot{U} &= \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_1 \underline{Z}_M. \end{aligned}$$

Розв'язавши ці рівняння, отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}(\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{1y}}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}(\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{2y}}; \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_y}. \end{aligned}$$

Комплексні значення опорів першої і другої котушок, а також всього електричного кола при узгодженому включенні, відповідно дорівнюють:

$$\underline{Z}_{1y} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M} = R_{1y} + jX_{1y};$$

$$\underline{Z}_{2y} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M} = R_{2y} + jX_{2y};$$

$$\underline{Z}_y = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M} = R_y + jX_y$$

З цього випливає, що при паралельному з'єднанні індуктивнозв'язаних котушок їхній активний та реактивний опори не дорівнюють, відповідно, власному активному та реактивному опорам. Це легко зрозуміти, якщо побудувати суміщену векторну діаграму струмів і напруг електричного кола (рис. 23.6).

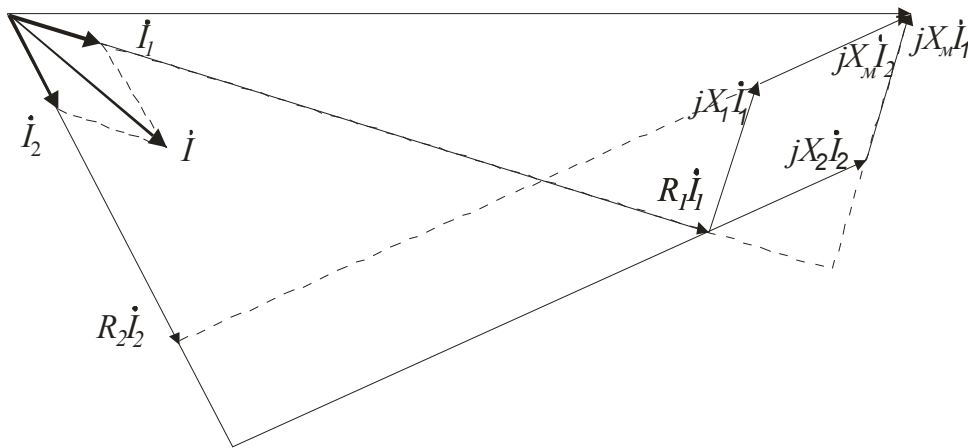


Рис. 23.6

Діаграма побудована для котушок, параметри яких відрізняються між собою, тому й струми, що через них проходять, мають різну величину й фазу.

Активна потужність  $P_1$ , яку джерело енергії віддає котушці 1, дорівнює сумі активної потужності теплових втрат в цій котушці  $P_{1T}$  та активної потужності  $P_{1M}$ , що надходить в загальне магнітне поле через котушку 1:

$$P_1 = P_{1T} + P_{1M}, \quad \text{звідки} \quad P_{1T} = P_1 - P_{1M}.$$

Аналогічно для котушки 2:

$$P_2 = P_{2T} + P_{2M}, \quad \text{звідки} \quad P_{2T} = P_2 - P_{2M}.$$

Баланс активних потужностей для всього кола записують так:

$$P = P_1 + P_2 \quad \text{або} \quad P = P_{1T} + P_{2T}$$

де  $P$  - активна потужність, яка поступає від джерела енергії в обидві котушки. Врахувавши попереднє, отримаємо:

$$P = P_1 - P_{1M} + P_2 - P_{2M}, \quad \text{звідки} \quad -P_{1M} - P_{2M} = 0, \quad \text{або} \quad P_{1M} = -P_{2M}.$$

Як бачимо, вся активна потужність, що надходить в загальне магнітне поле через першу котушку 1 має повернутися до котушки 2 (чи навпаки), якщо знак  $P_{1M} = X_M I_1 I_2 \sin(\psi_{i_2} - \psi_{i_1})$  від'ємний, тобто в залежності від кута, між струмами  $\dot{I}_1$  та  $\dot{I}_2$ .

Отже, якщо  $0 < \psi_{i_1} - \psi_{i_2} < \pi$ ,  $P_{1M} > 0$ ,  $P_{2M} < 0$ , і енергія передається від джерела енергії у магнітне поле через котушку 1, а повертається до джерела через котушку 2. В цьому випадку еквівалентний активний опір котушки 1 більший за її власний активний опір, а еквівалентний активний опір котушки 2 менший за її власний активний опір.

Якщо  $0 < \psi_{i_2} - \psi_{i_1} < \pi$ ,  $P_{1M} < 0$ ,  $P_{2M} > 0$ , і енергія надходить у магнітне поле через котушку 2, а повертається у джерело через котушку 1. Відповідно еквівалентний активний опір котушки 1 менший за її власний активний опір, а еквівалентний активний опір котушки 2 більший за її власний активний опір.

При відповідній комбінації параметрів котушок одна із них може працювати у генераторному режимі, а кут зсуву фаз у цій котушці буде більшим за 90 електричних градусів; баланс потужностей виконується у будь-якому випадку.

Якщо в схемі рис.23.5 затискачі однієї з котушок поміняти місцями, отримаємо паралельне зустрічне з'єднання. Рівняння такого електричного кола будуть відрізнятись від рівнянь у випадку узгодженого ввімкнення від'ємним знаком перед складовими, що вміщують взаємоіндукцію  $M$ .

В разі паралельного зустрічного з'єднання індуктивнозв'язаних котушок в одній з них також можливе явище "хибної ємності".

### Література

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.; За заг.ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", 2004. – Т.1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. – С. 159-176.
2. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.1 - Л.: Энергоатомиздат, 1981.- 536 с. – С.184-199.
3. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. - М.: Энергия. 1975.- 752 с. – С. 95-105.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. - М.: Высш. шк., 1978.- 528 с. – С.198-207.