

## Лабораторна робота № 35

### ДОСЛІДЖЕННЯ СИМЕТРИЧНИХ СКЛАДОВИХ ТРИФАЗНОЇ СИСТЕМИ НАПРУГ

#### Мета роботи:

1) Дослідити електричні кола, які виконують функції фільтрів симетричних складових прямої, зворотної і нульової послідовностей трифазних несиметричних систем напруг.

2) Напруги (струми) на виході фільтрів використовуються як вхідні сигнали пристроїв ідентифікації та захисту від несиметричних режимів в електроенергетиці та системах електропостачання.

3) В роботі досліджуються спеціальні кола, які дозволяють виділити і виміряти окремо кожен симетричну складову системи напруг, створених трифазним джерелом, фази якого з'єднані зіркою.

#### Підготовка до роботи

1. Написати рівняння, за допомогою яких визначаються симетричні складові прямої, зворотної та нульової послідовностей несиметричної трифазної системи напруг.

2. Написати рівняння, які виражають напруги кожної фази трифазної системи напруг через її симетричні складові прямої, зворотної та нульової послідовності.

3. Ознайомитись з електричними схемами фільтрів симетричних складових, зображених на рис. 35.5, рис. 35.6, рис. 35.7. До вхідних полюсів кожного з фільтрів підводиться досліджувана система напруг  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ , створених трифазним джерелом, обмотки (фази) якого з'єднані зіркою без нульового проводу.

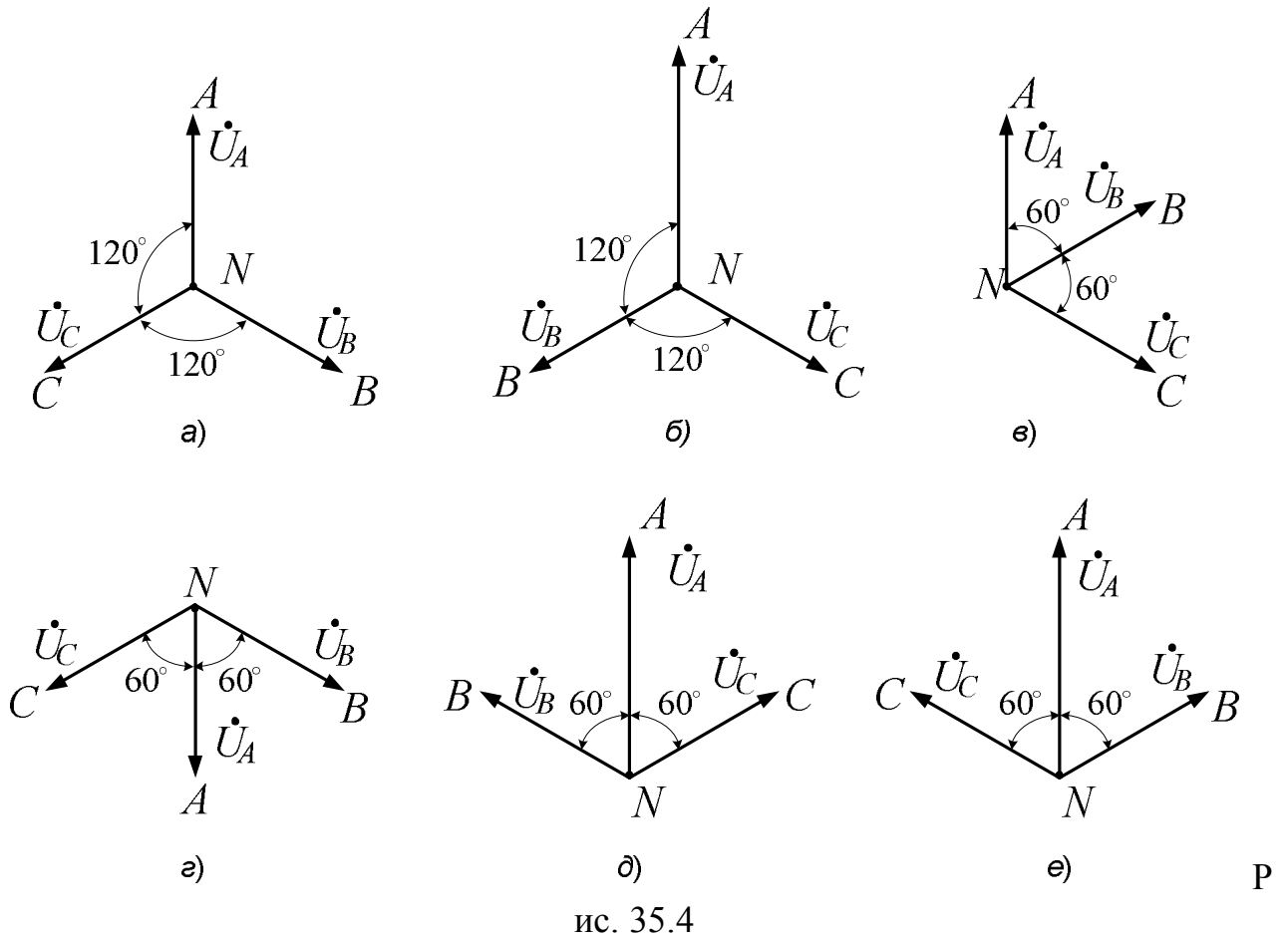
4. Довести, що у колі на рис.2 за умови, що  $R_1 = R_2; R_3 = \sqrt{3}X_C$ , вихідна напруга  $\dot{U}_{\text{вих}}$  пропорційна симетричній складовій зворотної послідовності  $\dot{U}_{A2}$  трифазної системи напруг:  $\dot{U}_{\text{вих}} = k\dot{U}_{A2}$ .

5. Показати, що помінявши місцями напруги  $\dot{U}_B$  і  $\dot{U}_C$  у колі на рис. 35.5, отримаємо фільтр (рис. 35.6) прямої послідовності системи фазних напруг  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  з тим же значенням коефіцієнта фільтру:  $\dot{U}_{\text{вих}} = k\dot{U}_{A1}$ .

6. Довести, що у колі на рис. 35.7 при  $R_A = R_B = R_C = R$  напруга  $\dot{U}_{\text{вих}}$  на виході пропорційна напрузі нульової послідовності системи фазних напруг  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ , коефіцієнт фільтру  $k = 1$ :  $\dot{U}_{\text{вих}} = \dot{U}_{A0}$ .

#### Опис лабораторної установки

В лабораторній роботі досліджуються різні трифазні системи напруг, яким відповідають векторні діаграми, показані на рис.35.4, *a-e*.



ис. 35.4

Ці системи утворюються різними способами з'єднання початків і кінців обмоток  $A, B, C$  трифазного джерела між вузлами  $A, B, C$  і  $N$  (рис. 35.5-35.7).

Якщо до вузлів  $A, B, C$  приєднати початки (позначені маркерами) відповідних обмоток  $A, B, C$ , а до вузла  $N$  – кінці цих обмоток, то отримаємо систему фазних напруг  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ , яка відповідає векторній діаграмі на рис. 35.4, *a*, тобто:

$$\dot{U}_A = U_A; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_B e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_A e^{+j120^\circ}.$$

У цих виразах приймаємо, що вектор, який зображає напругу фази  $A$ , спрямований вздовж осі дійсних значень комплексної площини.

Якщо тепер поміняти місцями початок і кінець обмотки однієї з фаз джерела, то це приведе до того, що вектор відповідної фазної напруги  $\dot{U}_A, \dot{U}_B$  чи  $\dot{U}_C$  змінить свій напрям на протилежний, тобто аргумент  $\dot{U}_A, \dot{U}_B$  чи  $\dot{U}_C$  зміниться на  $180^\circ$ .

Наприклад, якщо поміняти місцями початок і кінець обмотки фази  $A$ , то векторна діаграма системи фазних напруг буде виглядати так, як показано на рис. 35.4, *г*:

$$\dot{U}_A = U_A e^{j180^\circ}; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_B e^{-j120^\circ}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_C e^{+j120^\circ}.$$

Нарешті, взаємно перейменовуючи будь-яку пару полюсів  $A, B, C$  трифазного джерела (рис. 35.2-35.7), ми змінюємо на векторній діаграмі взаємне розташування двох відповідних фазних напруг. Наприклад, система, показана на рис. 35.4, б, утворюється з системи, показаної на рис.35.4, а, переміною місцями полюсів  $C$  і  $B$  :

$$\dot{U}_A = U_A; \dot{U}_B = \dot{U}_B e^{+j120^\circ}; \dot{U}_C = \dot{U}_C e^{-j120^\circ}.$$

Аналогічно можна отримати інші трифазні системи напруг, зображені на рис.35.4. Діючі значення фазних напруг регулюються в межах від нуля до певного максимального значення за допомогою перемикачів у відповідних фазах джерела трифазної напруги.

Для кожної з показаних на рис. 35.4 трифазних систем аналітично і графічно визначаються симетричні складові. Ті ж симетричні складові вимірюються за допомогою фільтрів симетричних складових. Результати обчислень і вимірів порівнюються і робляться відповідні висновки.

Параметри елементів, які використовуються для складання схем досліджуваних кіл:

1. Діючі значення напруг  $U_A, U_B, U_C$  у кожній трифазній системі, показаній на рис. 35.4, а – е, задає викладач.
2.  $R_1 = R_2 = 200$  Ом,  $X_C = \frac{1}{\omega C} = 159$  Ом,  $C = 20$  мкФ,  $R_3 = 275$  Ом.
3.  $R_A = R_B = R_C = 200$  Ом.

### Порядок виконання роботи

1. Записати в таблицю 1 задані викладачем діючі значення фазних напруг кожної з досліджуваних трифазних систем.
2. Відповідно рис. 35.5 скласти схему для визначення симетричної складової зворотної послідовності системи фазних напруг.
3. Для всіх систем (а÷е) встановити значення вхідних напруг згідно таблиці 1 і виміряти значення вихідних напруг. Занести встановлені та виміряні значення в таблицю 2.

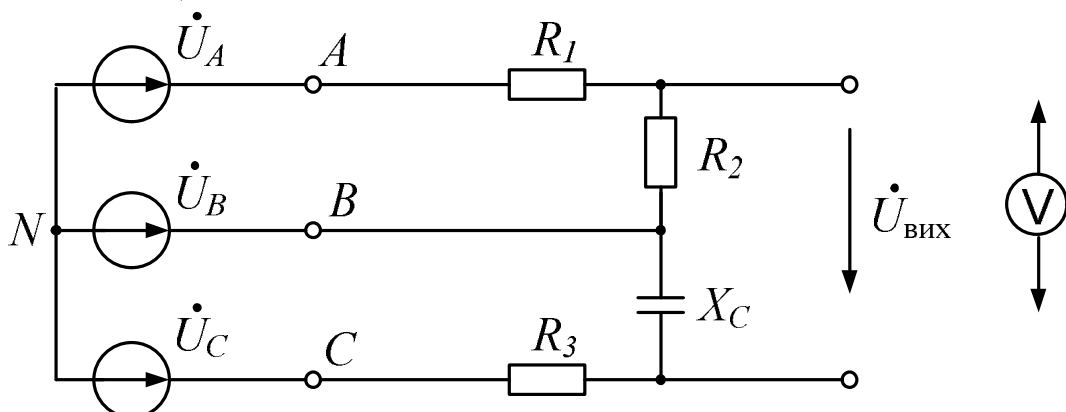


Рис. 35.5

Таблиця 1

Система	$U_A, В$	$U_B, В$	$U_C, В$
<i>a</i>			
<i>б</i>			
<i>в</i>			
<i>г</i>			
<i>д</i>			
<i>e</i>			

Таблиця 2

Система	Вимірювання				Розрахунок	
	$U_A, В$	$U_B, В$	$U_C, В$	$U_{вих}, В$	$U_{вих} / k, В$	$U_{A2}, В$
<i>a</i>						
<i>б</i>						
<i>в</i>						
<i>г</i>						
<i>д</i>						
<i>e</i>						

4. Скласти схему, зображену на рис. 35.6, для визначення симетричної складової прямої послідовності системи фазних напруг. Для цього в схемі на рис.35.5 поміняти місцями полюси  $B$  і  $C$ .

5. Для всіх систем ( $a \div e$ ) встановити значення вхідних напруг згідно таблиці 1 і виміряти значення вихідних напруг. Занести встановлені та виміряні значення в таблицю 3.

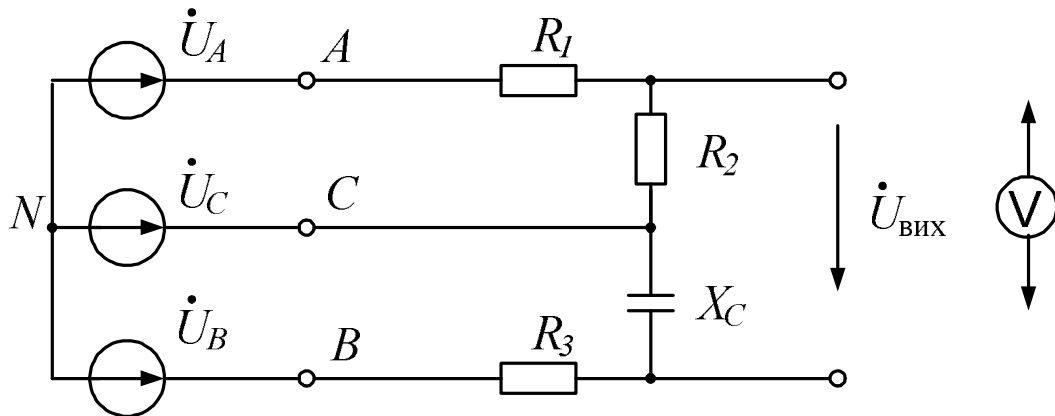


Рис. 35.6

Таблиця 3

Система	Вимірювання				Розрахунок	
	$U_A, В$	$U_B, В$	$U_C, В$	$U_{вих}, В$	$U_{вих} / k, В$	$U_{A1}, В$
<i>a</i>						
<i>б</i>						
<i>в</i>						
<i>г</i>						
<i>д</i>						
<i>e</i>						

6. Скласти схему, зображену на рис. 35.7, для визначення симетричної складової нульової послідовності системи фазних напруг.

7. Для всіх систем ( $a \div e$ ) встановити значення вхідних напруг згідно таблиці 1 і виміряти значення вихідних напруг. Занести встановлені та виміряні значення в таблицю 4.

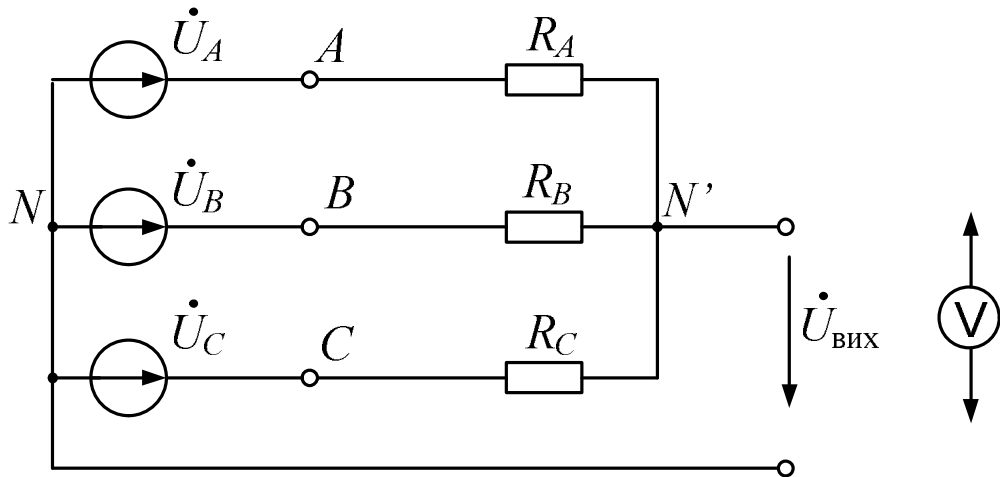


Рис. 35.7

Таблиця 4

Система	Вимірювання				Розрахунок	
	$U_A, \text{В}$	$U_B, \text{В}$	$U_C, \text{В}$	$U_{\text{вих}}, \text{В}$	$U_{\text{вих}} / k, \text{В}$	$U_0, \text{В}$
<i>a</i>						
<i>б</i>						
<i>в</i>						
<i>г</i>						
<i>д</i>						
<i>e</i>						

### Обробка результатів експерименту

1. За даними експериментів, наведеними у таблицях 2 – 4, для кожної системи фазних напруг побудувати векторні діаграми і графічно визначити симетричні складові прямої зворотної і нульової послідовності.

2. Для кожної системи (а – е) за даними таблиць 2 – 4 аналітично визначити симетричні складові прямої, зворотної і нульової послідовності фазних напруг.

3. Порівняти значення симетричних складових систем фазних напруг, отримані експериментально, знайдені графічною побудовою і розраховані теоретично. Зробити висновки.

### Методичні вказівки

Метод симетричних складових ґрунтується на поданні будь-якої трифазної несиметричної системи фізичних величин (ЕРС, напруг, струмів і т. д.) у вигляді суми трьох симетричних систем, які називають симетричними складовими прямої, зворотної та нульової послідовностей.

Будемо розглядати трифазні системи, позначаючи комплексні ЕРС, напруги чи струми кожної з фаз відповідно літерами  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$ ,  $\dot{C}$ . Величини, що стосуються симетричних складових прямої, зворотної та нульової послідовностей, будемо індексувати відповідно символами 1, 2, 0.

Симетричну систему **прямої** послідовності утворюють три однакових за модулем вектори  $\dot{A}_1$ ,  $\dot{B}_1$ ,  $\dot{C}_1$ , зсунуті один відносно одного на кут  $2\pi/3$ , причому  $\dot{B}_1$  відстає від  $\dot{A}_1$ , а  $\dot{C}_1$  відстає від  $\dot{B}_1$  (рис.35.1, а).

Симетрична система **зворотної** послідовності утворена однаковими за модулем векторами  $\dot{A}_2$ ,  $\dot{B}_2$ ,  $\dot{C}_2$  також зсунутими між собою на кут  $2\pi/3$ , але тепер вектор  $\dot{C}_2$  відстає від  $\dot{A}_2$ , а  $\dot{B}_2$  відстає від  $\dot{C}_2$  (рис.35.1, б).

Симетрична система **нульової** послідовності складається з трьох векторів  $\dot{A}_0$ ,  $\dot{B}_0$ ,  $\dot{C}_0$ , однакових за модулем і фазою (рис.35.1, в).

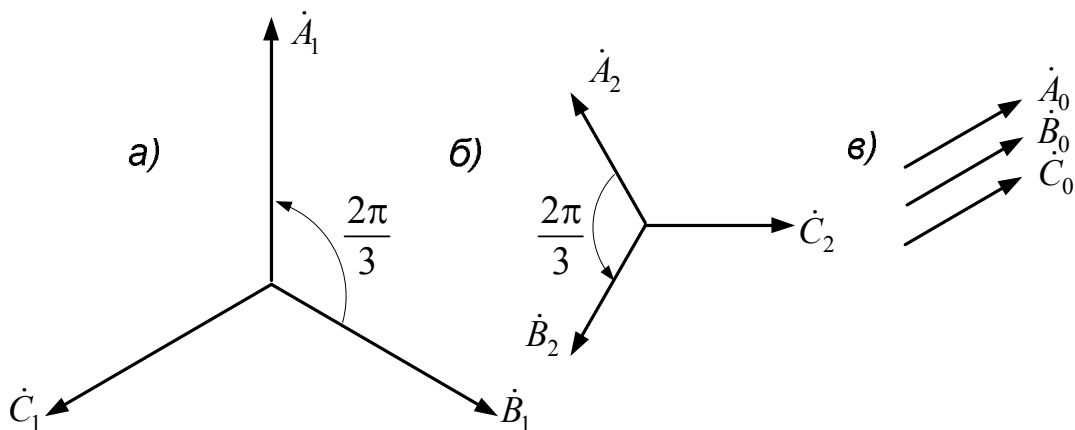


Рис.35.1

Користуючись оператором  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$  повороту вектора на кут  $2\pi/3$  у додатному напрямі і приймаючи вектори  $\dot{A}_1, \dot{A}_2, \dot{A}_0$  за базові, виразимо через них всі інші:

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_1 &= a^2 \dot{A}_1, \quad \dot{B}_2 = a \dot{A}_2, \quad \dot{B}_0 = \dot{A}_0 \\ \dot{C}_1 &= a \dot{A}_1, \quad \dot{C}_2 = a^2 \dot{A}_2, \quad \dot{C}_0 = \dot{A}_0. \end{aligned} \right\} \quad (35.1)$$

Тут враховано, що  $a^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Легко пересвідчитись, що додавання трьох показаних вище симетричних систем (див. рис. 35.1) дає несиметричну систему векторів  $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$  (рис.35.2). Кожен вектор цієї системи є сумою трьох векторів – відповідних складових прямої, зворотної та нульової послідовностей.

Доведемо, що будь-яка трифазна несиметрична система векторів однозначно розкладається на симетричні складові, тобто:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0, \\ \dot{B} &= \dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0, \\ \dot{C} &= \dot{C}_1 + \dot{C}_2 + \dot{C}_0. \end{aligned} \quad (35.2)$$

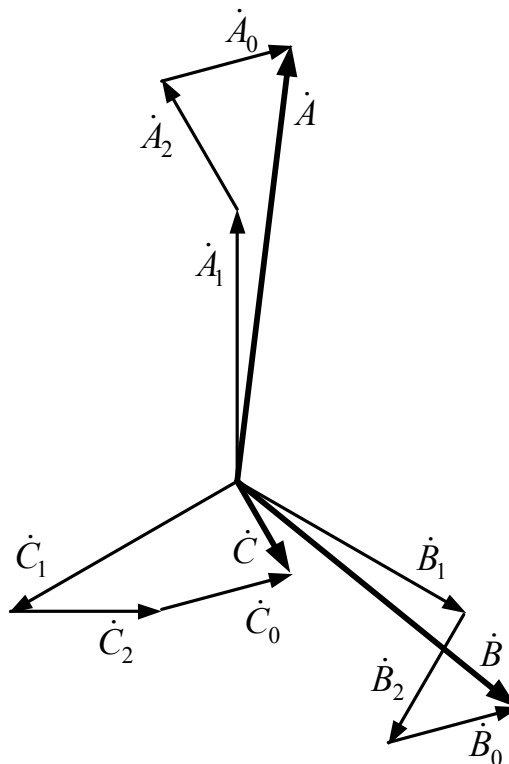


Рис.35.2



Перепишемо ці рівняння, використовуючи співвідношення (35.1):

$$\begin{aligned}\dot{A} &= \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0, \\ \dot{B} &= a^2 \dot{A}_1 + a \dot{A}_2 + \dot{A}_0, \\ \dot{C} &= a \dot{A}_1 + a^2 \dot{A}_2 + \dot{A}_0.\end{aligned}\tag{35.3}$$

Отримана система трьох рівнянь з трьома невідомими  $\dot{A}_1, \dot{A}_2, \dot{A}_0$  розв'язується однозначно. Для визначення  $\dot{A}_0$  знайдемо суму лівих і правих частин рівнянь (35.3). Враховуючи, що  $1 + a^2 + a = 0$ , отримаємо:

$$\dot{A}_0 = \frac{1}{3}(\dot{A} + \dot{B} + \dot{C}).\tag{35.4}$$

Для визначення  $\dot{A}_1$  знайдемо суму лівих і правих частин рівнянь (35.3), помноживши спочатку друге рівняння на  $a$  і третє – на  $a^2$ . В результаті будемо мати:

$$\dot{A}_1 = \frac{1}{3}(\dot{A} + a\dot{B} + a^2\dot{C}).\tag{35.5}$$

Виконаємо аналогічну операцію, помноживши спочатку друге рівняння на  $a^2$  і третє – на  $a$ , і знаходимо  $\dot{A}_2$ :

$$\dot{A}_2 = \frac{1}{3}(\dot{A} + a^2\dot{B} + a\dot{C}).\tag{35.6}$$

З рівняння (35.4) видно, що коли сума векторів несиметричної системи дорівнює нулю, будуть дорівнювати нулю також і вектори нульової послідовності. Отже, *несиметричні системи лінійних напруг і лінійних струмів у разі відсутності нульового проводу містять лише симетричні складові прямої та зворотної послідовності.*

Визначення симетричних складових за виразами (35.4) – (35.6) може бути здійснено графічно. Припустимо, що задана несиметрична система векторів фазних напруг чи струмів (рис.35.3, а). В кожне з рівнянь (35.4) – (35.6) вектор  $\dot{A}$  входить без змін, а вектори  $\dot{B}$  та  $\dot{C}$  в рівняннях (35.5) і (35.6) повернуті на  $\pm 2\pi / 3$ . Починаємо побудову, відкладаючи вектори  $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}$  у такій послідовності, як показано на рис.35.3, б. Потім повертаємо на кут  $\pm 2\pi / 3$  вектор  $\dot{B}$  навколо його кінця, що прилягає до початку вектора  $\dot{A}$ , і вектор  $\dot{C}$  навколо його початку, що прилягає до кінця вектора  $\dot{A}$  (див. рис.35.3, б).

Тепер легко знаходяться суми векторів, які містяться всередині дужок кожного з виразів (35.4) – (35.6) і дорівнюють відповідно  $3\dot{A}_0, 3\dot{A}_1, 3\dot{A}_2$ . Далі очевидною побудовою визначаються всі вектори трьох симетричних систем прямої, зворотної та нульової послідовностей.

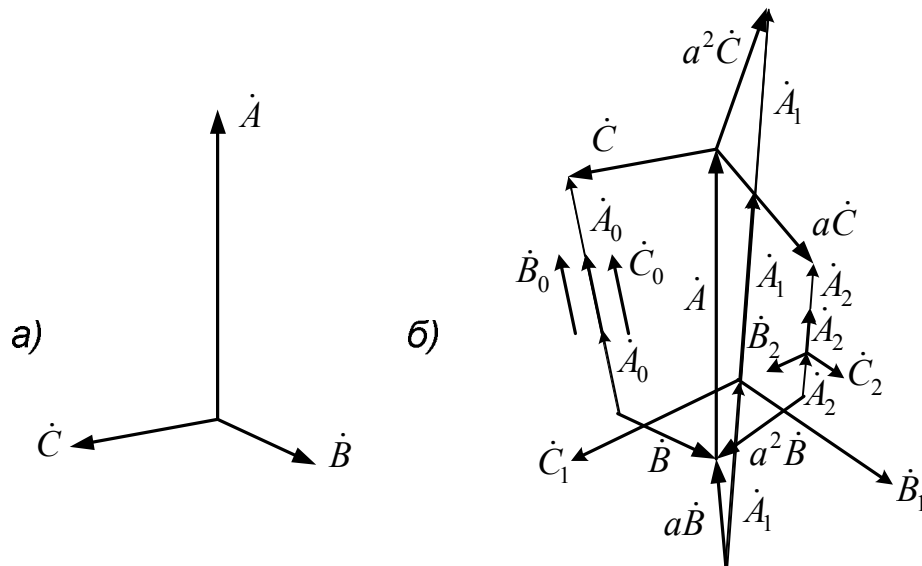


Рис.35.3

Розкладання несиметричної трифазної системи ЕРС на симетричні складові означає еквівалентну заміну ЕРС кожної фази на послідовне з'єднання трьох ЕРС окремих складових. Джерелу несиметричної трифазної системи струмів відповідає паралельне з'єднання трьох джерел окремих симетричних складових у кожній фазі.

Симетричні складові струмів та напруг можна не тільки розрахувати, а і виміряти за допомогою спеціальних вимірювальних схем – фільтрів симетричних складових струмів і напруг. Ці фільтри широко застосовуються в системах захисту електроенергетичних мереж.

Фільтром напруги чи струму симетричних складових називають електричне коло, на вхід якого подають досліджувану несиметричну трифазну систему напруг чи струмів, а на виході отримують напругу чи струм однієї певної симетричної складової. Фільтри зазвичай складаються з трансформаторів, активних та реактивних опорів, параметри яких підібрані так, щоб пропускати на вихід лише складові бажаної послідовності і не пропускати інших. Отже, якщо на вхід фільтра будь-якої послідовності подані складові інших послідовностей, то напруга чи струм на виході від цих послідовностей повинні дорівнювати нулю.

Наприклад, напруга на виході фільтра напруги зворотної послідовності дорівнюватиме нулю, якщо на вхід подані напруги прямої чи нульової послідовностей. При подачі ж на вхід фільтра напруги зворотної послідовності на його виході з'явиться напруга, значення якої залежить від параметрів фільтра і опору навантаження, ввімкненого між вихідними полюсами.

Розглянемо схему фільтра напруги зворотної послідовності, що досліджується в лабораторній роботі (рис. 35.5) і доведемо, що при  $R_1 = R_2; R_3 = \sqrt{3} \cdot X_C$  напруга на виході кола  $\dot{U}_{\text{вих}}$  пропорційна симетричній складовій зворотної

послідовності  $\dot{U}_{A2}$  системи вхідних фазних напруг  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ . Для цього виразимо симетричну складову зворотної послідовності  $\dot{U}_{A2}$  через лінійні напруги несиметричної системи:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{A2} &= \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_B - a\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \\ &= \frac{1}{3}[\dot{U}_A + (a^2 + a)\dot{U}_B - a(\dot{U}_B - \dot{U}_C)] = \frac{1}{3}\left[\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC}e^{-j\frac{\pi}{3}}\right].\end{aligned}$$

Визначимо напругу  $\dot{U}_{вих}$  на виході кола (рис. 35.5) з урахуванням вказаних вище співвідношень між параметрами елементів кола.

$$\begin{aligned}\dot{U}_{вих} &= \frac{1}{2}\dot{U}_{AB} + \frac{\dot{U}_{BC}}{R_3 - jX_C}(-jX_C) = \frac{1}{2}\dot{U}_{AB} + \frac{\dot{U}_{BC}}{1 + j\sqrt{3}} = \\ &= \frac{1}{2}\dot{U}_{AB} + \frac{1}{2}\dot{U}_{BC}e^{-j\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{2}\left[\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC}e^{-j\frac{\pi}{3}}\right].\end{aligned}$$

Отже,  $\dot{U}_{вих} = \frac{3}{2}\dot{U}_{A2}$ .

Таким чином, коло на рис. 35.5 виконує функцію фільтра зворотної послідовності системи фазних напруг трифазної системи.

### **Питання для самостійної роботи**

1. В чому полягає сутність методу симетричних складових?
2. Які симетричні складові містить несиметрична система лінійних струмів трифазного кола з'єданого:
  - зіркою з нейтральним проводом;
  - зіркою без нейтрального проводу.
3. Чи містять лінійні напруги складові нульової послідовності?
4. Які симетричні складові містять фазні напруги несиметричного трифазного споживача, з'єданого зіркою, якщо система прикладених лінійних напруг симетрична?
5. Як зв'язані між собою симетричні складові фазних і лінійних напруг у разі з'єднання трифазного навантаження зіркою?
6. Чи можливо стверджувати, що значення симетричних складових струмів будь якої послідовності залежить від складових напруг такої ж послідовності при несиметричному навантаженні?
7. Якщо несиметрична трифазна система, з'єднана зіркою, не має нейтрального проводу, то чи будуть фазні струми містити нульову складову?
8. Чи можуть струми нульової послідовності створити обертове магнітне поле?

## **Література:**

1. Теоретичні основи електротехніки: Підручник: У 3 т. / В.С. Бойко, Ю.Ф. Видолоб та ін.; За заг.ред. І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: ІВЦ “Видавництво «Політехніка»”, 2004. – Т.1: Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами. – С. 191-217.

2. Лінійні електричні кола синусоїдального та періодичного несинусоїдного струму: Навч. посіб./ Щерба А.А., Курило І.А., Кудря Є.А, Намацалюк І.Н., Чибеліс В.І., Перетятко Ю.В. – К.: Лазурит-Поліграф, 2012. – С.113-185

3. Перхач В.С. Теоретична електротехніка: Лінійні кола: Підручник. К: Вища школа., 1992. - 439 с.

4. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники, Т1. Учебник. - Л.: Энергоиздат, 1981. - 536 с.

5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей: Учебник. - М.: Энергоатомиздат, 1989. - 528 с.