

Лабораторна робота № 61

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ, ЧАСТКОВИХ ЄМНОСТЕЙ І ПОТЕНЦІАЛЬНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Мета роботи

Дослідне визначення коефіцієнтів електростатичної індукції, потенціальних коефіцієнтів і часткових ємностей трижильного кабеля зі свинцевою оболонкою.

Експериментальна перевірка основних співвідношень, що виражають зв'язок між зарядами і потенціалами системи провідників.

Підготовка до роботи

Готуючись до роботи, необхідно:

1. Ознайомитися з робочим завданням і методичними вказівками.
2. Скласти протокол звіту з лабораторної роботи.
3. Відповісти на наступні питання:

а) як записуються рівняння, що виражають зв'язок між зарядами та потенціалами системи провідників?

б) у чому полягає принцип взаємності для системи заряджених провідних тіл?

в) у чому сутність методу вимірювання електричного заряду за допомогою балістичного гальванометра.

г) яким чином проводиться градуювання балістичного гальванометра?

д) який зміст мають власні і взаємні потенціальні коефіцієнти, коефіцієнти електростатичної індукції і часткові ємності?

е) чому взаємні коефіцієнти електростатичної індукції від'ємні?

Опис лабораторної установки

Лабораторна установка (рис. 61.1) містить джерело постійної напруги U (випрямляч, що живиться від мережі промислової частоти), триконтактний регулювальний реостат R , вольтметр V магнітоелектричної системи, балістичний дзеркальний гальванометр G , зразковий конденсатор C_0 ємністю $0,01$ мкф, двохполюсний двопозиційний перемикач $K1$, ключ $K2$ і досліджуваний трижильний кабель зі свинцевою оболонкою. Жили кабеля підключені до затискачів, які позначені цифрами 1, 2, 3 на рис. 61.1, а оболонка з'єднана з негативним полюсом джерела і заземлена. Через обмежену довжину досліджуваного кабелю його часткові ємності збільшені підпайкою конденсаторів на кінцях.

Порядок виконання роботи

1. Скласти коло за схемою на рис. 61.1. Частина кола, зображена на рис. 61.1 суцільними лініями, залишається незмінною під час усієї роботи. Для виконання описаних далі дослідів потрібно лише приєднувати до контактів перемикача $K1$ і затискача з нульовим

потенціалом зразковий конденсатор або відповідні жили досліджуваного кабелю.

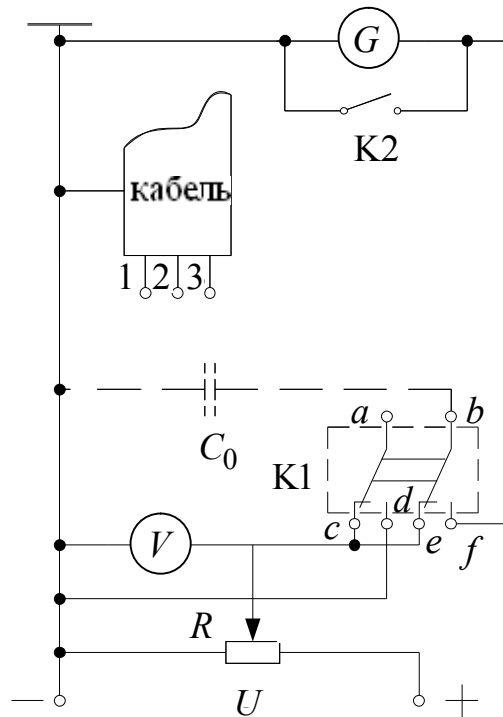


Рис. 61.1

2. Визначити балістичну сталу Sq гальванометра, підімкнувши зразковий конденсатор C_0 , як показано пунктиром на рис. 61.1.

3. Визначити власні коефіцієнти електростатичної індукції за схемою, яка зображена на рис. 61.2, де підімкнення жил кабелю відповідає вимірюванню коефіцієнта β_{33} . Аналогічно виміряти власні коефіцієнти електростатичної індукції інших жил кабеля.

4. Визначити взаємні коефіцієнти електростатичної індукції за схемою, яка зображена на рис. 61.3, де підімкнення жил кабеля відповідає вимірові коефіцієнта β_{32} .

Виміряти всі шість взаємних коефіцієнтів електростатичної індукції, належним чином змінюючи підімкнення жил, і переконатися у виконанні співвідношення $\beta_{kp} = \beta_{pk}$, яке виражає принцип взаємності для електричного поля системи заряджених провідників.

Звернути увагу на те, що при вимірюванні взаємних коефіцієнтів електростатичної індукції відхилення гальванометра протилежні за напрямом тим, які мали місце при вимірюванні власних коефіцієнтів. Отже, знаки у власних і взаємних коефіцієнтів електростатичної індукції протилежні.

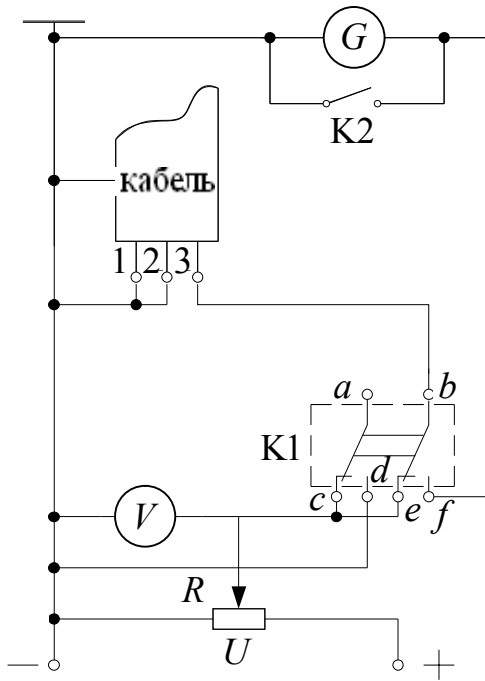


Рис. 61.2

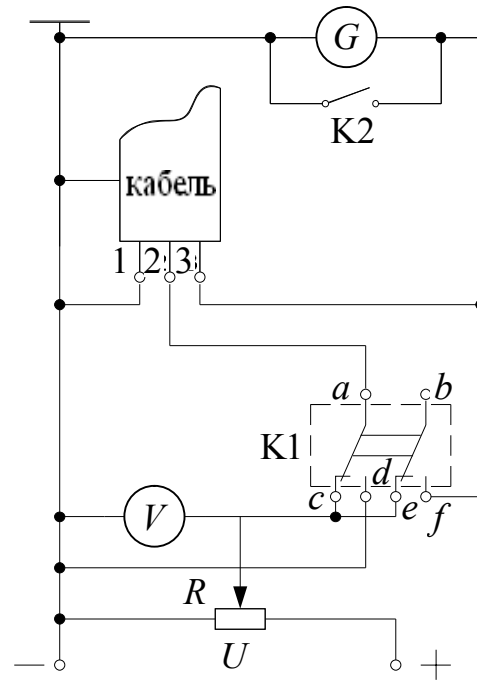


Рис. 61.3

5. Визначити власні часткові ємності за схемою, яка зображена на рис. 61.4, де підімкнення жил кабелю відповідає вимірові власної часткової ємності C_{33} . Необхідно виміряти всі три власні часткові ємності. Вимірювати взаємні часткові ємності не потрібно, тому що завжди виконується співвідношення $C_{kp} = -\beta_{kp}$ і схема для вимірювання C_{kp} така ж, як і для вимірювання β_{kp} (див. рис. 61.3).

6. Визначити власні потенціальні коефіцієнти за схемою, яка зображена на рис. 61.5, де підімкнення жил кабелю відповідає вимірові коефіцієнта α_{33} . Необхідно виміряти всі три власних потенціальних коефіцієнти.

Визначення взаємних потенціальних коефіцієнтів не проводиться через складність виміру потенціалу незарядженої k -ї жили, що знаходиться в електричному полі зарядженої p -ї жили кабелю.

7. Результати вимірів занести в табл. 1 – 4.

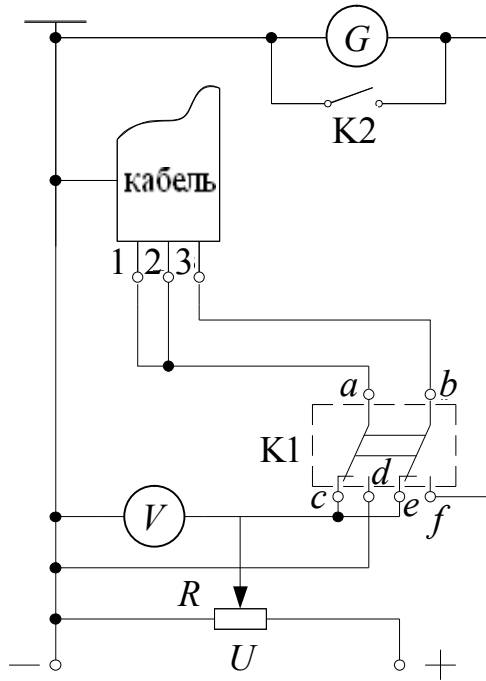


Рис. 61.4

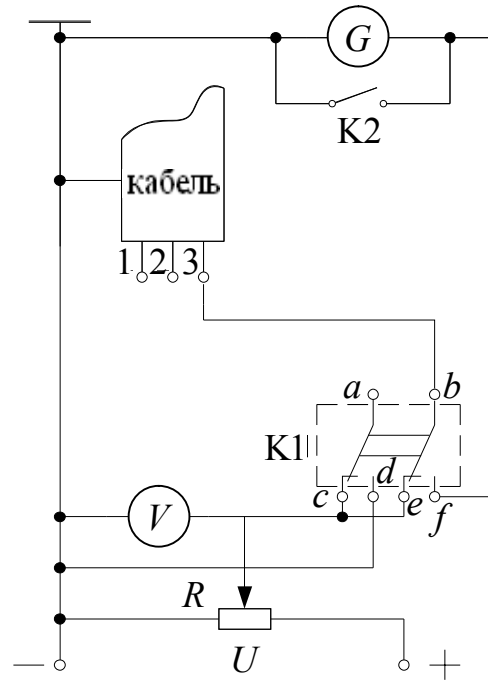


Рис. 61.5

Таблиця 1

β_{11}	β_{22}	β_{33}

Таблиця 2

β_{12}	β_{21}	β_{23}	β_{32}	β_{31}	β_{32}

Таблиця 3

C_{11}	C_{22}	C_{33}

Таблиця 4

α_{11}	α_{22}	α_{33}

Обробка результатів експерименту

1. Перевірити співвідношення:

$$C_{11} = \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{13}; \quad C_{22} = \beta_{21} + \beta_{22} + \beta_{23}; \quad C_{33} = \beta_{31} + \beta_{32} + \beta_{33}.$$

2. Перевірити зв'язок між коефіцієнтами α і β , що виражається у вигляді

$$\alpha_{kp} = \Delta_{kp} / \Delta, \text{ де:}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{vmatrix}; \Delta_{kp} = (-1)^{k+p} M_{kp},$$

M_{kp} – мінор визначника Δ , який утворюється при викреслюванні у цьому визначнику k -го рядка і p -го стовпця.

3. Зробити і записати до протоколу звіту висновки з роботи.

Методичні вказівки

Для визначення балістичної сталої гальванометра зразковий конденсатор ємністю $C_0 = 0,01$ мкф, заряджений у початковому положенні перемикача К1 до деякої напруги U_0 , розряджається через гальванометр після перекидання перемикача в інше положення (див. рис. 61.1). Перед початком досліду за допомогою реостата напруга U_0 регулюється, починаючи з малих значень. Поступово її збільшують так, щоб відхилення α гальванометра було досить великим (у межах шкали).

Рекомендується зробити три – чотири виміри при різних значеннях напруги U_0 і, відповідно, різних відхиленнях α гальванометра і взяти середнє значення балістичної сталої S_q із обчислених для кожного окремого відліку. Балістичну сталу обчислюють за формулою:

$$S_q = \frac{q}{\alpha} = \frac{C_0 U_0}{\alpha}.$$

де α – значення першого відхилення гальванометра, мм.

Ключ К2 служить для заспокоєння коливань рухомої частини гальванометра. Він замикається після відліку першого відхилення α у момент проходження покажчика гальванометра через нульове положення шкали.

Після градуювання гальванометра приступають до основних вимірів.

Об'єктом дослідження є трижильний кабель зі свинцевою оболонкою. Потенціал оболонки при дослідженні умовно приймають рівним нулю. Отже, потенціали φ_1 , φ_2 , φ_3 жил кабеля дорівнюють напругам між відповідними жилами та оболонкою. У системі заряджених провідних тіл, розташованих у середовищі, абсолютна діелектрична проникність якої не залежить від напруженості електричного поля, заряди і потенціали тіл зв'язані лінійними співвідношеннями. Якщо система складається з n заряджених тіл, то на підставі принципу накладання можна записати:

$$\begin{aligned}
q_1 &= \beta_{11}\varphi_1 + \beta_{12}\varphi_2 + \dots + \beta_{1k}\varphi_k + \dots + \beta_{1n}\varphi_n; \\
q_2 &= \beta_{21}\varphi_1 + \beta_{22}\varphi_2 + \dots + \beta_{2k}\varphi_k + \dots + \beta_{2n}\varphi_n; \\
&\dots\dots\dots \\
q_k &= \beta_{k1}\varphi_1 + \beta_{k2}\varphi_2 + \dots + \beta_{kk}\varphi_k + \dots + \beta_{kn}\varphi_n; \\
&\dots\dots\dots \\
q_n &= \beta_{n1}\varphi_1 + \beta_{n2}\varphi_2 + \dots + \beta_{nk}\varphi_k + \dots + \beta_{nn}\varphi_n.
\end{aligned} \tag{61.1}$$

Коефіцієнти β називаються ємнісними коефіцієнтами або коефіцієнтами електростатичної індукції – власними при однакових індексах і взаємними при різних індексах. Вони мають розмірність ємності і залежать від геометричних розмірів, форми, взаємного розташування провідників і параметрів середовища.

Як впливає з рівнянь (61.1), власний коефіцієнт електростатичної індукції β_{kk} дорівнює відношенню заряду k -го тіла до потенціалу цього ж k -го тіла, якщо потенціали всіх інших тіл дорівнюють нулю:

$$\beta_{kk} = \frac{q_k}{\varphi_k}, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n = 0, \quad \varphi_k \neq 0.$$

Для дослідного визначення власного коефіцієнта електростатичної індукції β_{kk} k -ї жили кабеля цю жилу треба з'єднати з полюсом "b" перемикача К1 (див. рис. 61.2), а всі інші жили з'єднати з оболонкою (точкою нульового потенціалу). Зарядивши k -у жилу до потенціалу φ_k (вимірюється вольтметром V), її необхідно розрядити на гальванометр і виміряти її заряд, фіксуючи максимальне відхилення гальванометра:

$$q_k = S_q \alpha_k$$

Коефіцієнти β_{kk} усі позитивні, тому що в описаному досліді потенціал і заряд k -ї жили мають однакові знаки.

Взаємний коефіцієнт електростатичної індукції β_{nk} дорівнює відношенню заряду n -го тіла до потенціалу k -го тіла, коли потенціали всіх інших тіл дорівнюють нулю:

$$\beta_{nk} = \frac{q_n}{\varphi_k}, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n = 0, \quad \varphi_k \neq 0.$$

Для виміру взаємного коефіцієнта електростатичної індукції β_{nk} з'єднують n -у жилу з полюсом "f", а k -у жилу з полюсом "a" перемикача К1 (див. рис. 61.3). Інші жили з'єднують з оболонкою (точкою нульового потенціалу). Таким чином, k -та жила набуває в лівому положенні перемикача К1 позитивний потенціал і потім при перекиданні перемикача розряджається на оболонку поза гальванометром. Заряд n -ої жили негативний, оскільки ця жила з'єднана через гальванометр з оболонкою.

Таким чином, при розряді k -ої жили гальванометр реєструє ту частину негативного заряду, що знаходиться на n -ій жилі. Очевидно, коефіцієнт β_{nk} так само, як і всі взаємні коефіцієнти електростатичної індукції, негативний, оскільки потенціал k -ї жили і заряд n -ї жили мають різні знаки.

Система рівнянь (61.1) може бути записана в дещо зміненій формі. Заряд кожного тіла виражається не через потенціали тіл, а через різниці потенціалів між даним тілом і іншими тілами, у тому числі і землею (тілом з нульовим потенціалом):

$$\begin{aligned} q_1 &= C_{11}(\varphi_1 - 0) + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + \dots + C_{1k}(\varphi_1 - \varphi_k) + \dots + C_{1n}(\varphi_1 - \varphi_n); \\ q_2 &= C_{21}(\varphi_2 - \varphi_1) + C_{22}(\varphi_2 - 0) + \dots + C_{2k}(\varphi_2 - \varphi_k) + \dots + C_{2n}(\varphi_2 - \varphi_n); \\ &\dots\dots\dots \\ q_k &= C_{k1}(\varphi_k - \varphi_1) + C_{k2}(\varphi_k - \varphi_2) + \dots + C_{kk}(\varphi_k - 0) + \dots + C_{kn}(\varphi_k - \varphi_n); \\ &\dots\dots\dots \\ q_n &= C_{n1}(\varphi_n - \varphi_1) + C_{n2}(\varphi_n - \varphi_2) + \dots + C_{nk}(\varphi_n - \varphi_k) + \dots + C_{nn}(\varphi_n - 0). \end{aligned} \quad (61.2)$$

Коефіцієнти C в цих рівняннях називають частковими ємностями – власними при однакових індексах і взаємними при різних індексах. З рівнянь (61.2) випливає, що власна часткова ємність C_{kk} , дорівнює відношенню заряду k -го тіла до потенціалу цього ж k -го тіла, якщо потенціали всіх тіл рівні між собою:

$$C_{kk} = \frac{q_k}{\varphi_k}, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_k = \dots = \varphi_n, \quad \varphi_k \neq 0.$$

Для виміру власної часткової ємності C_{kk} k -ї жили треба з'єднати цю жилу з полюсом “ b ” перемикача К1. Всі інші жили необхідно з'єднати з полюсом “ a ” того ж перемикача (див. рис. 61.4). Таким чином, у лівому положенні перемикача всі жили заряджаються до однакового потенціалу φ_k (вимірюється вольтметром V).

Після перекидання перемикача k -та жила розряджається через гальванометр, а інші жили розряджаються поза гальванометром. Ясно, що власні часткові ємності C_{kk} усі позитивні, оскільки при позитивному потенціалі тіл і заряди на них теж будуть позитивними.

З останнього рівняння системи (61.2) можна зробити висновок, що взаємна часткова ємність C_{nk} дорівнює взятому зі знаком “–” відношенню заряду n -го тіла до потенціалу k -го тіла, коли потенціали всіх тіл, крім k -го, дорівнюють нулю:

$$C_{nk} = \frac{q_k}{\varphi_k}, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_k = \dots = \varphi_n, \quad \varphi_k \neq 0.$$

Отже, $C_{nk} = -\beta_{nk}$ і $C_{nk} > 0$. Отже, всі взаємні часткові ємності позитивні.

Схема для виміру взаємної часткової ємності C_{nk} така ж, як для виміру взаємного коефіцієнта електростатичної індукції β_{nk} , тому окремого дослідження для визначення C_{nk} робити не треба.

Одна з переваг рівнянь, що містять часткові ємності, у порівнянні з рівняннями, що містять коефіцієнти електростатичної індукції, саме і полягає в позитивних знаках усіх коефіцієнтів.

За умови $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_k = \dots = \varphi_n$, $\varphi_k \neq 0$ з рівняння для заряду q_k (61.1) отримаємо:

$$q_k = (\beta_{k1} + \beta_{k2} + \dots + \beta_{kk} + \dots + \beta_{kn}) \varphi_k,$$

отже,

$$C_{kk} = \beta_{k1} + \beta_{k2} + \dots + \beta_{kk} + \dots + \beta_{kn}.$$

Рівнянням (61.2) відповідає схема заміщення системи заряджених тіл, у якій часткові ємності подані як конденсатори, що з'єднують окремі тіла між собою і з землею. При цьому заряд кожного тіла дорівнює сумі зарядів, що знаходяться на обкладках підімкнених до цього тіла конденсаторів. Наприклад, для системи із трьох тіл маємо таку схему заміщення (рис. 61.6).

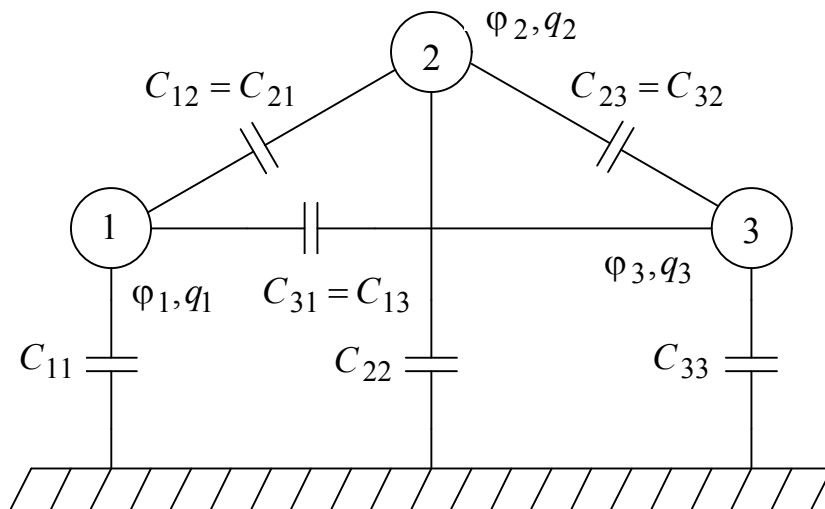


Рис. 61.6

Системи рівнянь (61.1) і (61.2) дозволяють за заданими значеннями потенціалів провідників і відомих коефіцієнтах електростатичної індукції або часткових ємностях визначити заряди на цих провідниках.

Для знаходження потенціалів провідників за їхніми зарядами треба розв'язати систему (61.1) відносно потенціалів:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \alpha_{11}q_1 + \alpha_{12}q_2 + \dots + \alpha_{1k}q_k + \dots + \alpha_{1n}q_n; \\
\varphi_2 &= \alpha_{21}q_1 + \alpha_{22}q_2 + \dots + \alpha_{2k}q_k + \dots + \alpha_{2n}q_n; \\
&\dots\dots\dots \\
\varphi_k &= \alpha_{k1}q_1 + \alpha_{k2}q_2 + \dots + \alpha_{kk}q_k + \dots + \alpha_{kn}q_n; \\
&\dots\dots\dots \\
\varphi_n &= \alpha_{n1}q_1 + \alpha_{n2}q_2 + \dots + \alpha_{nk}q_k + \dots + \alpha_{nn}q_n.
\end{aligned} \tag{61.3}$$

Коефіцієнти α називаються потенціальними коефіцієнтами. Вони мають розмірність, зворотну розмірності ємності, і залежать від тих же факторів, що і коефіцієнти β і C . Коефіцієнти α_{kk} з однаковими індексами називаються власними потенціальними коефіцієнтами, а коефіцієнти α_{nk} з різними індексами – взаємними потенціальними коефіцієнтами.

Зв'язок між коефіцієнтами α і β виражається співвідношеннями:

$$\alpha_{kp} = \frac{\Delta_{kp}}{\Delta},$$

де Δ – визначник системи (61.1), а Δ_{kp} – його алгебраїчне доповнення.

Як випливає з рівнянь (61.3), власний потенціальний коефіцієнт α_{kk} дорівнює відношенню потенціалу k -го тіла до заряду цього ж тіла, якщо заряди інших тіл дорівнюють нулю:

$$\alpha_{kk} = \frac{\varphi_k}{q_k}, \quad q_1 = q_2 = \dots = q_n = 0, \quad q_k \neq 0.$$

Для виміру власного потенційного коефіцієнта α_{kk} необхідно з'єднати k -ту жилу з полюсом “ b ” перемикача К1. Всі інші жили повинні бути відімкнені від кола і мати нульові заряди (див. рис. 61.5). Для цього до початку досліду треба всі три жили одночасно розрядити, з'єднавши їх на певний проміжок часу з заземленою оболонкою кабеля. У лівому положенні перемикача К1 k -та жила заряджається до потенціалу φ_k (вимірюється вольтметром V) і при перекиданні перемикача в протилежне положення розряджається через гальванометр G , що вимірює її заряд q_k .

Взаємний потенціальний коефіцієнт α_{nk} дорівнює відношенню потенціалу n -го тіла до заряду k -го тіла, якщо заряди всіх інших тіл дорівнюють нулю:

$$\alpha_{nk} = \frac{\varphi_n}{q_k}, \quad q_1 = q_2 = \dots = q_n = 0, \quad q_k \neq 0.$$

Для виміру коефіцієнта α_{nk} потрібно зарядити тільки k -у жилу і виміряти потенціал φ_n від'єднаної від усього зовнішнього кола n -ї жили. Цей потенціал n -на жила набуває, коли знаходиться в електричному полі,

створеному зарядом k -ї жили й оболонки. Підімкнення вольтметра V , який має скінченний внутрішній опір, до жили n відразу ж змінить її потенціал. Вольтметр електростатичної системи має власну ємність, порівнянну з частковими ємностями жил кабеля, тому також не може бути використаний.

При малій довжині досліджуваного кабелю l , отже, при малих значеннях його часткових ємностей, вимірювання взаємних потенційних коефіцієнтів зробити важко, оскільки необхідно мати чутливий вольтметр з мізерно малою власною ємністю і нескінченно великим внутрішнім опором.

З умови незалежності енергії системи заряджених тіл від послідовності, у якій створюються заряди системи, можна довести співвідношення $\alpha_{nk} = \alpha_{kn}$.

Із симетрії матриці коефіцієнтів рівняння (61.3) випливає симетрія матриці коефіцієнтів рівняння (61.1), отже $\beta_{kn} = \beta_{nk}$. Оскільки $C_{nk} = -\beta_{nk}$ то і $C_{nk} = C_{kn}$. Ці співвідношення виражають принцип взаємності для системи заряджених тіл.

Питання для самостійної роботи

1. Як оцінити помилку у вимірі заряду жили кабеля, яка виникає через скінченний час перекидання перемикача $K1$?
2. Який вигляд має картина електричного поля між жилами й оболонкою в дослідах вимірювання коефіцієнтів β_{kk} , β_{kp} , C_{kk} і α_{kk} ?
3. Яким способом можливо виміряти заряд жили кабеля без використання балістичного гальванометра?

Література

1. Бойко В. С., Бойко В. В., Видолоб Ю. Ф. та ін. Теоретичні основи електротехніки. У 3 т. Т. 3: підручник /– К. : НТУУ "КПІ", 2013. – с. 138–142.
2. Нейман Л.Р., Демірчян К.С., Юрінов В.М. Керівництво до лабораторії електромагнітного поля. -Вища шк., 1966. – с. 112 – 121.