

## 27. Чотириполюсник.

### Зміст

Чотириполюсник.....	56
Основні рівняння пасивних чотириполюсників.....	56
Визначення коефіцієнтів чотириполюсника.....	58
Приклад 8.....	59
Еквівалентні схеми чотириполюсників.....	63
Приклад 9.....	65
Характеристичні опори чотириполюсника.....	66
Стала передачі чотириполюсника.....	67
Приклад 10.....	68
Чотириполюсник як узгоджувальний пристрій.....	70
Приклад 11.....	70
Використання вторинних параметрів для запису рівнянь.....	72
Каскадне з'єднання чотириполюсників.....	72

Багатополюсник – частина електричного кола, яка розглядається відносно певної сукупності виділених у ній вузлів – полюсів. Подібно до двополюсників, багатополюсники описуються відповідними рівняннями, які в узагальненому вигляді описують співвідношення між напругами та струмами на полюсах.

*Чотириполюсник* – частина електричного кола довільної структури, що має два входні і два вихідні полюси (Рис. 62), які позначаються, відповідно, 1, 1' та 2, 2'.

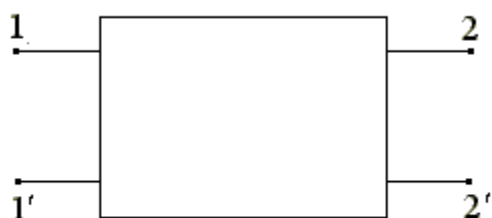


Рис. 62

Прикладами чотириполюсника в електротехніці є лінія електропередачі (ЛЕП), трансформатор, мостова схема Рис. 63, а, б, в і т.п.

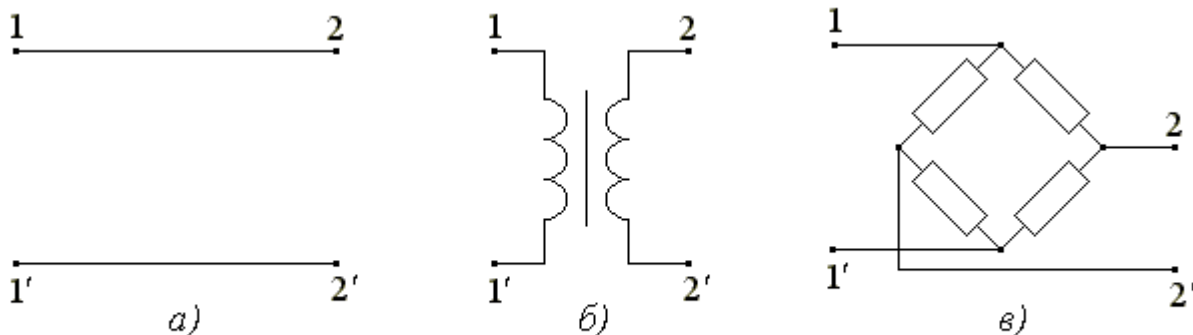


Рис. 63

Чотириполюсники розподіляють на активні (позначаються літерою А), які мають внутрішні некомпенсовані джерела енергії, і пасивні, що не мають джерел енергії, (позначаються літерою - П).

## 28. Основні рівняння пасивних чотириполюсників.

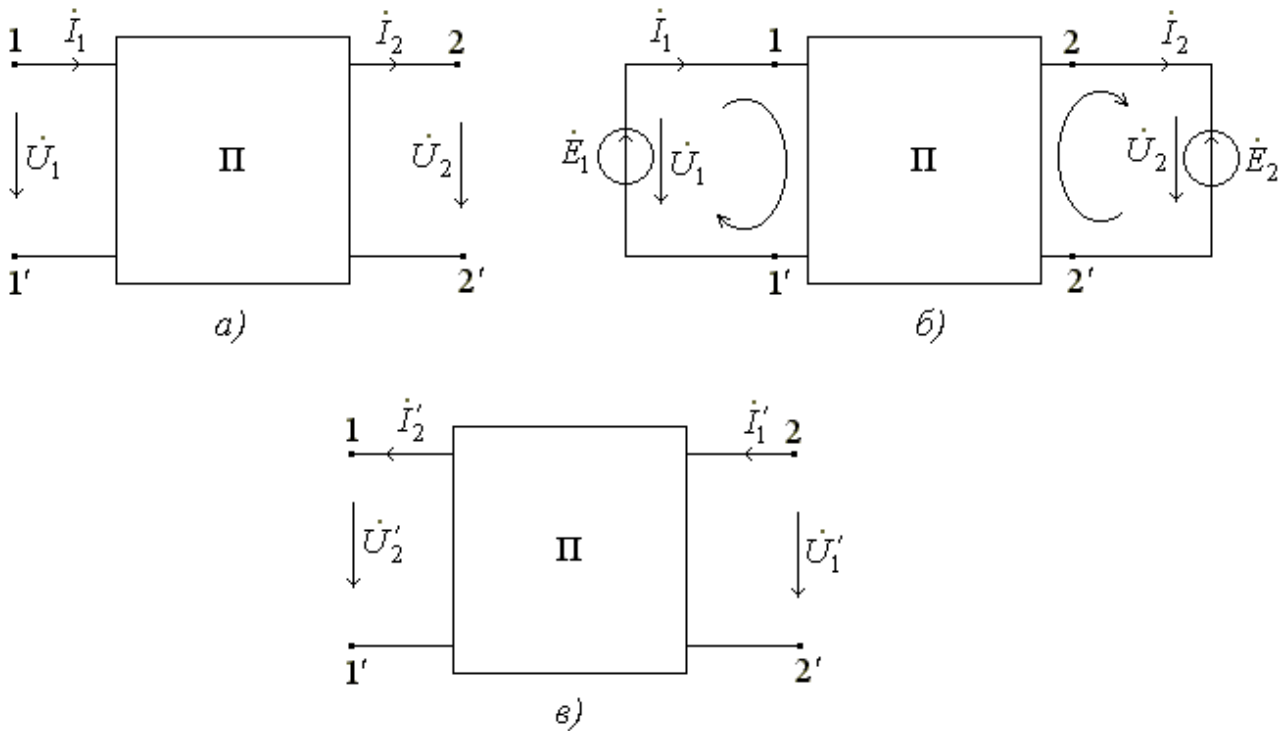
Розглянемо чотириполюсник, позначивши напруги і струми на вході і виході так, як показано на *Рис. 64, а*. За теоремою компенсації, замінимо зовнішні частини кола, підімкнені до полюсів 1, 1' і 2, 2', еквівалентними джерелами напруги  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1$  і  $\dot{E}_2 = \dot{U}_2$  (*Рис. 64, б*).

Згідно з принципом накладання запишемо рівняння чотириполюсника форми  $[Y]$ :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{U}_1 Y_{11} + \dot{U}_2 Y_{12}; \\ \dot{I}_2 = \dot{U}_1 Y_{12} + \dot{U}_2 Y_{22}; \end{cases}$$

Рівняння чотириполюсника форми  $[Y]$ .

Тут  $Y_{11}, Y_{22}, Y_{12} = -Y_{21}$  - вхідні і взаємні провідності віток з ЕРС  $\dot{E}_1 = \dot{U}_1$ , і  $\dot{E}_2 = \dot{U}_2$ .



*Рис. 64*

Розв'язуючи рівняння чотириполюсника форми  $[Y]$  відносно  $\dot{U}_1$  і  $\dot{U}_2$  одержимо рівняння чотириполюсника форми  $[Z]$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_{11} + \dot{I}_2 Z_{12}; \\ \dot{U}_2 = \dot{I}_1 Z_{21} + \dot{I}_2 Z_{22}. \end{cases}$$

Рівняння чотириполюсника форми  $[Z]$ .

Тут  $Z_{11}, Z_{22}, Z_{12} = -Z_{21}$  - вхідні і взаємні опори віток з ЕРС  $\dot{E}_1$  і  $\dot{E}_2$ .

Зв'язок між вхідними і вихідними напругами та струмами описується рівняннями чотириполюсника форми  $A$ :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Рівняння чотириполюсника форми  $[A]$ . (1)

Коефіцієнти  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$ ,  $\underline{D}$  можна виразити через коефіцієнти  $\underline{Z}$  або  $\underline{Y}$ .

Застосовується і така форма запису:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}_{11}\dot{U}_2 + \underline{A}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \underline{A}_{21}\dot{U}_2 + \underline{A}_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Для пасивного (взаємного) чотириполюсника виконується умова:

$$\underline{AD} - \underline{BC} = 1.$$

Для зворотного увімкнення чотириполюсника (Рис. 64, в), легко одержати рівняння:

$$\begin{cases} \dot{U}'_1 = \underline{D}\dot{U}'_2 + \underline{B}\dot{I}'_2 \\ \dot{I}'_1 = \underline{C}\dot{U}'_2 + \underline{A}\dot{I}'_2 \end{cases} \quad (2)$$

Чотириполюсник, для якого переміна місцями вхідних і вихідних полюсів не впливає на розподіл струмів поза ним, називається *симетричним*. Очевидно, для симетричного чотириполюсника:

$$\underline{A} = \underline{D}.$$

## 29. Визначення коефіцієнтів чотириполюсника.

Коефіцієнти чотириполюсника визначаються із дослідів розриву (розмикання) та короткого замикання з боку вхідних та вихідних полюсів.

1. Режим розриву при прямому увімкненні чотириполюсника (розрив між полюсами 2, 2' (Рис. 64, а)),  $\dot{I}_2 = 0$ . Система рівнянь (1) перетворюється на елементарну:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_1 = \underline{C}\dot{U}_2. \end{cases} \quad \text{Звідки } \underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}; \quad \underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}. \quad (3)$$

$$\text{Вхідний опір } \underline{Z}_{1p} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}}.$$

2. Коротке замикання між полюсами 2, 2' (Рис. 64, а),  $\dot{U}_2 = 0$ .

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \underline{B}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 = \underline{D}\dot{I}_2. \end{cases} \quad \text{Звідки } \underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}; \quad \underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}. \quad (4)$$

$$\text{Вхідний опір } \underline{Z}_{1к} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\underline{B}}{\underline{D}}.$$

3. Режим розриву при зворотному ввімкненні чотириполіусника (Рис. 64,в) (розрив між полюсами 1, 1'),  $\dot{I}_2 = 0$ . Система рівнянь (2) перетворюється на елементарну:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_1 &= \underline{D}\dot{U}'_2; \\ \dot{I}'_1 &= \underline{C}\dot{U}'_2. \end{aligned} \quad \text{Звідки } \underline{D} = \frac{\dot{U}'_1}{\dot{U}'_2}; \quad \underline{C} = \frac{\dot{I}'_1}{\dot{U}'_2}.$$

$$\text{Вхідний опір } \underline{Z}_{2p} = \frac{\dot{U}'_1}{\dot{I}'_1} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}}.$$

4. Коротке замикання між полюсами 1, 1',  $\dot{U}_2 = 0$ .

$$\begin{aligned} \dot{U}'_1 &= \underline{B}\dot{I}'_2; \\ \dot{I}'_1 &= \underline{A}\dot{I}'_2. \end{aligned} \quad \text{Звідки } \underline{B} = \frac{\dot{U}'_1}{\dot{I}'_2}; \quad \underline{A} = \frac{\dot{I}'_1}{\dot{I}'_2}. \quad \text{Вхідний опір } \underline{Z}_{2к} = \frac{\dot{U}'_1}{\dot{I}'_1} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}}.$$

Коефіцієнти чотириполіусника можна в принципі визначити, знаючи вхідні опори в режимах розриву і короткого замикання ( $\underline{Z}_{1p}, \underline{Z}_{1к}, \underline{Z}_{2p}, \underline{Z}_{2к}$ ). Для цього достатньо 3-х параметрів, наприклад,  $\underline{Z}_{1p}, \underline{Z}_{2p}, \underline{Z}_{2к}$ .

1. $\underline{Z}_{1p} = \frac{\underline{A}}{\underline{C}}$	2. $\underline{Z}_{2p} = \frac{\underline{D}}{\underline{C}};$	3. $\underline{Z}_{2к} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}};$
$\underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1p}}$	$\underline{D} = \underline{Z}_{2p}\underline{C}$	$\underline{B} = \underline{Z}_{2к}\underline{A}$

Підставляємо значення коефіцієнтів  $\underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ , виражені через коефіцієнт  $\underline{A}$  і вхідні опори  $\underline{Z}_{1p}, \underline{Z}_{2p}, \underline{Z}_{2к}$ , в рівняння  $\underline{AD} - \underline{BC} = 1$ :

$$\underline{A}\underline{Z}_{2p} \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1p}} - \frac{\underline{A}^2 \underline{Z}_{2к}}{\underline{Z}_{1p}} = 1; \quad \underline{A}^2 \left( \frac{\underline{Z}_{2p}}{\underline{Z}_{1p}} - \frac{\underline{Z}_{2к}}{\underline{Z}_{1p}} \right) = 1; \quad \underline{A}^2 = \frac{\underline{Z}_{1p}}{\underline{Z}_{2p} - \underline{Z}_{2к}};$$

$$\underline{A} = \pm \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1p}}{\underline{Z}_{2p} - \underline{Z}_{2к}}} \quad (5)$$

$$\text{Тоді: } \underline{B} = \underline{A}\underline{Z}_{2к}; \quad \underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1p}}; \quad \underline{D} = \underline{Z}_{2p}\underline{C} = \underline{Z}_{2p} \frac{\underline{A}}{\underline{Z}_{1p}}. \quad (6)$$

Співвідношення між вхідними опорами та коефіцієнтами чотириполіусника:

$$\frac{\underline{Z}_{1p}}{\underline{Z}_{1к}} = \frac{\underline{Z}_{2p}}{\underline{Z}_{2к}}; \quad \frac{\underline{Z}_{1к}}{\underline{Z}_{2к}} = \frac{\underline{Z}_{1p}}{\underline{Z}_{2p}} = \frac{\underline{A}}{\underline{D}}.$$

Як видно із формули (5), коефіцієнт  $\underline{A}$  (і всі інші коефіцієнти (6)) розраховуються з точністю до знаку, який неможливо вибрати, орієнтуючись лише на

опори  $Z_{1p}$ ,  $Z_{2p}$ ,  $Z_{2k}$ . Тому доцільніше проводити розрахунок коефіцієнтів чотириполюсника через вхідні та вихідні струми і напруги, наприклад, за формулами (3), (4), які завжди дають однозначні результати.

### Приклад 8.

Визначити коефіцієнти  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  чотириполюсника (Рис. П8.1).

Параметри опорів в Омах показані на схемі.

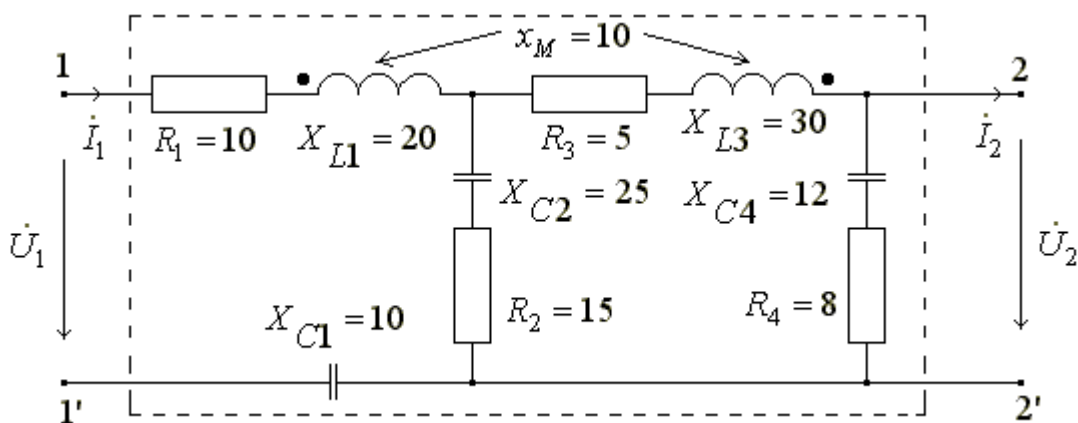


Рис. П8.1

Навантажити чотириполюсник (підімкнути до клем 2, 2') комплексним опором  $Z_2 = 40 + j30(\text{Ом})$ .

Якими повинні бути напруга та струм на вході чотириполюсника, щоб діюче значення напруги на навантаженні було  $U_2 = 100(\text{В})$ ?

План розв'язання задачі.

Зробити розв'язок магнітного зв'язку, а потім із дослідів розриву і короткого замикання визначити коефіцієнти 4-полюсника

Розв'язок задачі.

До спільного вузла магнітозв'язані котушки підходять однойменними полюсами, розв'язок магнітного зв'язку показаний на Рис. П8.2.

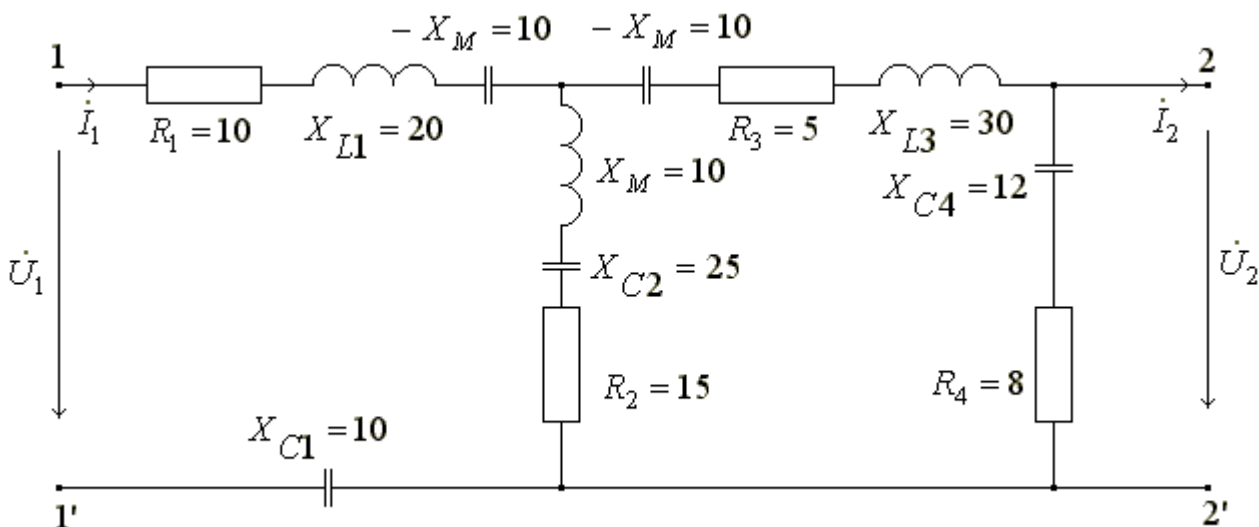


Рис. П8.2

Спростуємо схему, з'єднуючи послідовно реактивні опори у вітках:

$$X'_1 = X_{L1} - X_M = 20 - 10 = 10(\text{Ом}), \quad X'_2 = -X_{C2} + X_M = -25 + 10 = -15(\text{Ом}),$$

$$X'_3 = X_{L3} - X_M = 30 - 10 = 20(\text{Ом}).$$

У спрощеній схемі 4-полюсника без магнітного зв'язку (Рис. П8.3) робимо дослід розриву,  $\dot{I}_2 = 0$ . Задаємося напругою на вході 4-полюсника  $\dot{U}_1 = 100(\text{В})$  і розраховуємо схему.

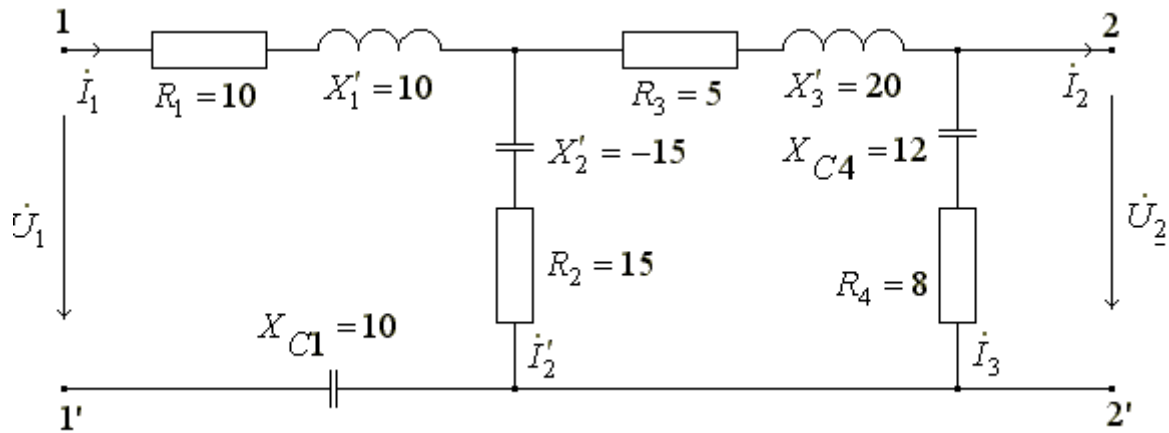


Рис. П8.3

Вхідний еквівалентний опір:

$$\underline{Z}_e = R_1 + j(X'_1 - X_{C1}) + \frac{(R_2 - jX'_2)[R_3 + R_4 + j(X'_3 - X_{C4})]}{R_2 - jX'_2 + R_3 + R_4 + j(X'_3 - X_{C4})} =$$

$$= 10 + j10 - j10 + \frac{(15 - j15)(5 + 8 + j(20 - 12))}{15 - j15 + 5 + 8 + j(20 - 12)} = 10 + \frac{21.21e^{j-45^\circ} \left( \frac{15.26e^{j31.61^\circ}}{13 + j8} \right)}{\underbrace{28 - j7}_{28.86e^{j-14.04^\circ}}} =$$

$$= 10 + 11.22e^{j0.65^\circ} = 10 + 11.22 + j0.13 = 21.22 + j0.13 = 21.22e^{j0.34^\circ} (\text{Ом}).$$

Струми у вітках:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_e} = \frac{100}{21.22e^{j0.34^\circ}} = 4.713e^{j-0.34^\circ} (\text{А}). \quad \underline{\dot{I}_1 = 4.713e^{j-0.34^\circ} (\text{А}).}$$

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_1 \frac{R_3 + R_4 + j(X'_3 - X_{C4})}{R_2 - jX'_2 + R_3 + R_4 + j(X'_3 - X_{C4})} = 4.713e^{j-0.34^\circ} \frac{5 + 8 + j(20 - 12)}{15 - j15 + 5 + 8 + j(20 - 12)} =$$

$$= 4.713e^{j-0.34^\circ} \frac{15.26e^{j31.61^\circ}}{28.86e^{j-14.04^\circ}} = 2.492e^{j45.30^\circ} (\text{А}). \quad \underline{\dot{I}'_2 = 2.492e^{j45.30^\circ} (\text{А}).}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}'_2 = 4.713e^{j-0.34^\circ} - 2.492e^{j45.30^\circ} = 4.713 - j0.028 - (1.753 + j1.772) =$$

$$= 2.96 - j1.80 = 3.464e^{j-31.30^\circ} (\text{А}). \quad \underline{\dot{I}_3 = 3.464e^{j-31.30^\circ} (\text{А}).}$$

Самостійно перевірте правильність розрахунків за балансом потужностей!  
Якщо баланс потужностей не сходиться, повернутись назад і знайти помилку.

Напруга на виході :

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_3(R_4 - jX_{C4}) = 3.464e^{j-31.30^\circ} \underbrace{(8 - j12)}_{14.42e^{j-56.31^\circ}} = 49.95e^{j-87.61^\circ} (B).$$

Із досліду розриву визначаються коефіцієнти 4-полюсника A, C.

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{100}{49.95e^{j-87.61^\circ}} = 2.002e^{j87.61^\circ}; \quad \underline{A} = 2.002e^{j87.61^\circ}.$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{4.713e^{j-0.34^\circ}}{49.95e^{j-87.61^\circ}} = 9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}; \quad \underline{C} = 9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}.$$

При тій же напрузі на вході  $\dot{U}_1 = 100e^{j0^\circ} = 100(B)$  виконується дослід короткого замикання  $\dot{U}_2 = 0$  (Рис. П8.4). Вітка з опорами  $R_4, X_{C4}$  закорочена, тобто опори видаляються.

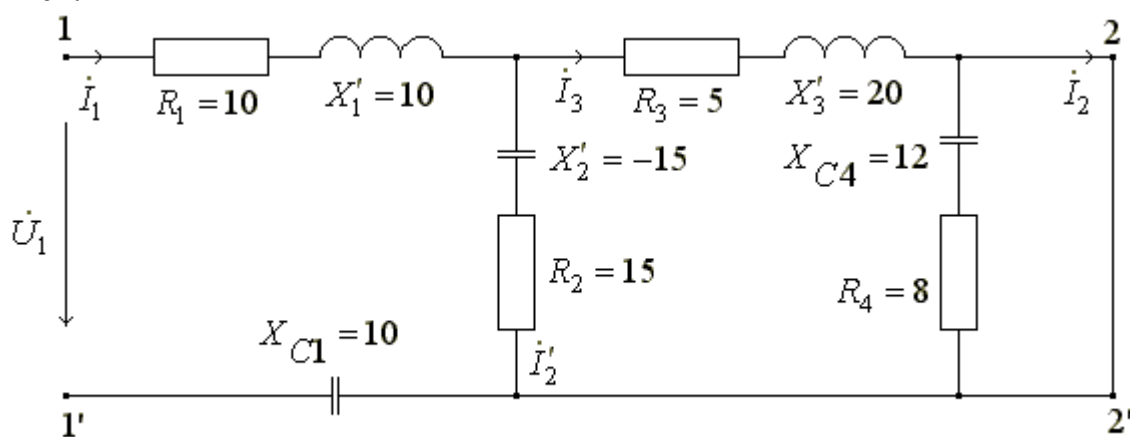


Рис. П8.4

Вхідний еквівалентний опір:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e &= R_1 + j(X'_1 - X_{C1}) + \frac{(R_2 - jX'_2)(R_3 + jX'_3)}{R_2 - jX'_2 + R_3 + jX'_3} = \\ &= 10 + j10 - j10 + \frac{(15 - j15)(5 + j20)}{15 - j15 + 5 + j20} = 10 + \frac{21.21e^{j-45^\circ} \cdot 20.62e^{j75.96^\circ}}{\underbrace{20 + j5}_{20.62e^{j14.04^\circ}}} = \\ &= 10 + 21.21e^{j16.93^\circ} = 10 + 20.29 + j6.18 = 30.29 + j6.18 = 30.92e^{j11.52^\circ} (Om). \end{aligned}$$

Струми у вітках:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_e} = \frac{100}{30.92e^{j11.52^\circ}} = 3.23e^{j-11.52^\circ} \text{ (A)}. \quad \underline{\dot{I}_1 = 3.23e^{j-11.52^\circ} \text{ (A)}}.$$

$$\begin{aligned} \dot{I}'_2 &= \dot{I}_1 \frac{R_3 + jX'_3}{R_2 - jx'_2 + R_3 + jX'_3} = 3.23e^{j-11.52^\circ} \frac{5 + j20}{15 - j15 + 5 + j20} = \\ &= 3.23e^{j-11.52^\circ} \frac{20.62e^{j75.96^\circ}}{20.62e^{j14.04^\circ}} = 3.23e^{j50.40^\circ} \text{ (A)}. \quad \underline{\dot{I}'_2 = 3.23e^{j-11.52^\circ} \text{ (A)}}. \text{ При} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_1 - \dot{I}'_2 = 3.23e^{j-11.52^\circ} - 3.23e^{j-11.52^\circ} = 3.16 - j0.65 - (2.06 + j2.489) = \\ &= 1.10 - j3.139 = 3.326e^{j-70.60^\circ} \text{ (A)}. \quad \underline{\dot{I}_2 = \dot{I}_3 = 3.326e^{j-70.60^\circ} \text{ (A)}}. \end{aligned}$$

короткому замиканні струм  $\dot{I}_3 = \dot{I}_2 = 3.326e^{j-70.60^\circ} \text{ (A)}$  (не плутати із  $\dot{I}'_2$ ).

Самостійно перевірте правильність розрахунків за балансом потужностей!  
Якщо баланс потужностей не сходиться, повернутись назад і знайти помилку.

Із досліду короткого замикання визначаються коефіцієнти  $\underline{B}$ ,  $\underline{D}$ .

$$\underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{100}{3.326e^{j-70.60^\circ}} = 30.06e^{j70.60^\circ}; \quad \underline{\underline{B = 30.06e^{j70.60^\circ}}}.$$

$$\underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{3.23e^{j-11.52^\circ}}{3.326e^{j-70.60^\circ}} = 0.971e^{j59.08^\circ}; \quad \underline{\underline{D = 0.971e^{j59.08^\circ}}}.$$

Вірність розрахунків підтверджує перевірка  $\underline{AD} - \underline{BC} = 1$ .

$$\begin{aligned} \underline{AD} - \underline{BC} &= 2.002e^{j87.61^\circ} \cdot 0.971e^{j59.08^\circ} - 30.06e^{j70.60^\circ} \cdot 9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ} = \\ &= 1.94e^{j146.69^\circ} - 2.84e^{j157.87^\circ} = -1.63 + j1.07 - (-2.63 + j1.07) = 1. \end{aligned}$$

**Увага!** При невірному розрахунку будь-якого досліду права частина рівняння не буде дорівнювати одиниці.

Для визначення напруги та струму на вході чотирполюсника при відомій напрузі на навантаженні спочатку знаходиться струм навантаження:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{100}{40 + j30} = \frac{100}{50e^{j36.87^\circ}} = 2e^{-j36.87^\circ} \text{ (A)}.$$

Напруга та струм на вході чотиріполюсника визначаються із рівнянь чотиріполюсника за даними  $\dot{U}_2$  та  $\dot{I}_2$ .

$$\dot{U}_1 = \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2 = 2.002e^{j87.61^\circ} \cdot 100 + 30.06e^{j70.60^\circ} \cdot 2e^{-j36.87^\circ} = 240.59e^{j75.96^\circ} \text{ (B)},$$

$$\dot{I}_1 = \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2 = 9.44 \cdot 10^{-2} \cdot 100 + 0.971e^{j59.08^\circ} \cdot 2e^{-j36.87^\circ} = 10.41e^{-j77.54^\circ} \text{ (B)}.$$

$$\dot{U}_1 = 240.59e^{j75.96^\circ} \text{ (B)},$$

$$\dot{I}_1 = 10.41e^{-j77.54^\circ} \text{ (B)}.$$

Щоб пересвідчитись у вірності результатів, необхідно навантажити чотиріполюсник (Рис. П8.3) опором  $\underline{Z}_2 = 40 + j30 \text{ (Ом)}$  розрахувати коло при вже відомій вхідній напрузі  $\dot{U}_1 = 240.59e^{j75.96^\circ} \text{ (B)}$  і переконатись що  $\dot{U}_2 = 100 \text{ (B)}$ .



Примітка: при розрахунках режимів розмикання і короткого замикання доцільно задаватися значеннями вихідної напруги  $\dot{U}_2$ , або струму  $\dot{I}_2$  і розраховувати значення вхідних величин  $\dot{U}_1$  і  $\dot{I}_1$ . Тоді у режимі розмикання при  $\dot{U}_2 = 1, \underline{A} = \dot{U}_1, \underline{C} = \dot{I}_1$ . У режимі короткого замикання при  $\dot{I}_2 = 1, \underline{B} = \dot{U}_1, \underline{D} = \dot{I}_1$ .

### 30. Еквівалентні схеми чотириполюсників.

При розгляді коефіцієнтів чотириполюсника було показано, що будь-який пасивний чотириполюсник характеризується трьома незалежними постійними коефіцієнтами. Отже, можна подати пасивний чотириполюсник у вигляді триелементної Т - (Рис. 65) або П -(Рис. 66) подібної схеми, виходячи з того, що схема заміщення має такі ж самі коефіцієнти  $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, \underline{D}$ , як і чотириполюсник, що замінюється.

Для чотириполюсників простої структури рівняння у будь якій формі легко записати безпосередньо за законами Кірхгофа. Орієнтуємось на рівняння у формі А.

#### 1. Т- подібна схема.

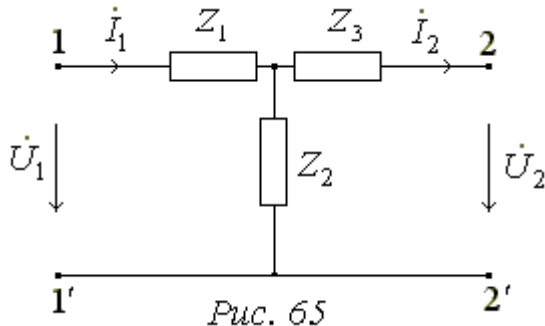


Рис. 65

За першим законом Кірхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \underbrace{\left(\frac{1}{\underline{Z}_2}\right)}_{\underline{C}} + \dot{I}_2 \underbrace{\left(1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}\right)}_{\underline{D}}$$

За другим законом Кірхгофа:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3 + \dot{U}_2 = \underbrace{\left[\dot{I}_2 + \frac{\underline{Z}_3 \dot{I}_2 + \dot{U}_2}{\underline{Z}_2}\right]}_{\dot{I}_1} \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3 + \dot{U}_2;$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \underbrace{\left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right)}_{\underline{A}} + \dot{I}_2 \underbrace{\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right)}_{\underline{B}}$$

За знайденими коефіцієнтами чотириполюсника

$$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{B} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}.$$

визначаються параметри Т – подібного чотириполюсника:

$$\boxed{\underline{Z}_2 = \frac{1}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{C}}.} \quad (1)$$

2. Π- подібна схема.

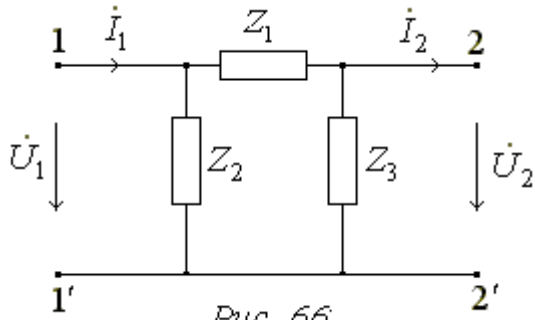


Рис. 66

За другим законом Кірхгофа

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \left( \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_3} \right) \underline{Z}_1;$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} \right) + \dot{I}_2 \underbrace{\underline{Z}_1}_{\underline{B}}.$$

За першим законом Кірхгофа

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_2} + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_3} + \dot{I}_2 = \underbrace{\left[ \dot{U}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} \right) + \dot{I}_2 \underline{Z}_1 \right]}_{\dot{U}_1} \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_3} + \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \left( \underbrace{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3 \underline{Z}_2}}_{\underline{C}} \right) + \dot{I}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \right).$$

За знайденими коефіцієнтами чотириполюсника

$$\underline{A} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{B} = \underline{Z}_1; \quad \underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3 \underline{Z}_2}; \quad \underline{D} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}.$$

визначаються параметри Π – подібного чотириполюсника::

$$\underline{Z}_1 = \underline{B}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{B}}{\underline{D} - 1}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{\underline{B}}{\underline{A} - 1}. \quad (2)$$

Отже, з формул (1) і (2) знаючи коефіцієнти пасивного чотириполюсника, можна знайти параметри Т – чи Π – схеми заміщення.

*Увага!* При розрахунку параметрів схеми заміщення можливий випадок, при якому активна складова одного із параметрів від'ємна. Це означає, що чотириполюсник неможливо замінити еквівалентною пасивною схемою заміщення.

Приклад 9.

За відомими коефіцієнтами замінити складний чотириполюсник (див. Приклад 8) Т - або Π - подібною схемою та розрахувати її параметри для частоти 50 (Гц).

Для Т-подібної схеми (Рис. П9)

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}} = \frac{2.002e^{j87.61^\circ} - 1}{9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}} = 23.31e^{j27.35^\circ} = 20.702 + j10.707 = R_1 + jX_{L1},$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{\underline{C}} = \frac{1}{9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}} = 10.593e^{-j87.27^\circ} = 0.504 - j10.581 = R_2 - jX_{C2},$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{D} - 1}{\underline{C}} = \frac{0.971e^{j59.08^\circ} - 1}{9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}} = 10.30e^{j33.76^\circ} = 8.56 + j5.72 = R_3 + jX_{L3}.$$

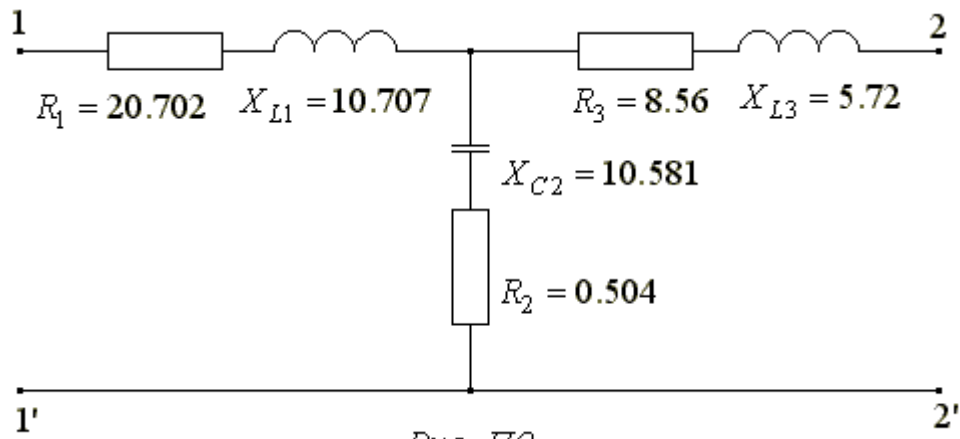


Рис. 19

Для частоти 50(Гц) індуктивність та ємність віток відповідно будуть:

$$L_1 = \frac{X_{L1}}{2\pi f} = \frac{10.707}{2\pi \cdot 50} = 3.41 \cdot 10^{-2} (\text{Гн}), \quad C_2 = \frac{1}{X_{C2} 2\pi f} = \frac{1}{10.581 \cdot 2\pi \cdot 50} = 3 \cdot 10^{-4} (\text{Ф}) =$$

$$= 300 (\text{мкФ}), \quad L_3 = \frac{X_{L3}}{2\pi f} = \frac{5.72}{2\pi \cdot 50} = 1.82 \cdot 10^{-2} (\text{Гн}),$$

Самостійно розрахувати параметри  $\Pi$  – подібної схеми заміщення.

$$\underline{Z}_1 = 30.06 e^{j70.60^\circ} = 9.985 + j28.35 = R_1 + jX_{L1}, \quad L_1 = 9.02 \cdot 10^{-2} (\text{Гн}).$$

$$\underline{Z}_2 = 30.92 e^{-j50.42^\circ} = 19.70 - j23.83 = R_2 - jX_{C2}, \quad C_2 = 1.34 \cdot 10^{-4} (\text{Ф}).$$

$$\underline{Z}_3 = 13.66 e^{j-44.02^\circ} = 9.82 - j9.42 = R_3 + jX_{C3}, \quad C_3 = 3.35 \cdot 10^{-4} (\text{Ф}).$$

### 31. Характеристичні опори чотириполюсника.

Характеристичними опорами чотириполюсника з боку вхідних ( $\underline{Z}_{C1}$ ) і з боку вихідних ( $\underline{Z}_{C2}$ ) полюсів називається така пара опорів, для яких виконуються умови: 1) якщо  $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{C2}$ , то  $\underline{Z}_{1\text{вх}} = \underline{Z}_{C1}$  (Рис. 67, а),

2) якщо  $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{C1}$ , то  $\underline{Z}_{2\text{вх}} = \underline{Z}_{C2}$  (Рис. 67, б).

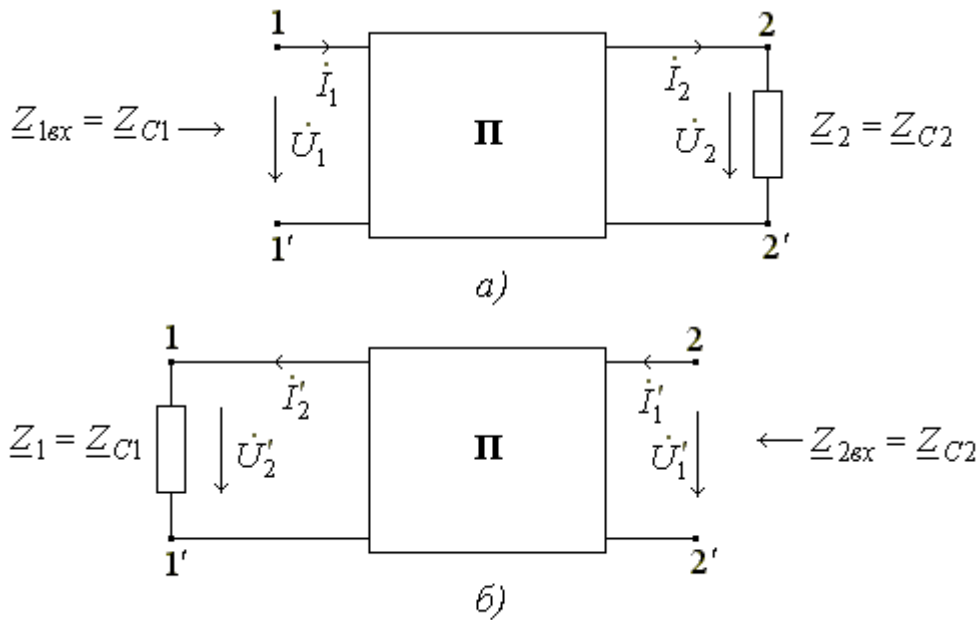


Рис. 67

Характеристичні опори визначають, використовуючи рівняння 4-полюсника для прямого та зворотного увімкнення.

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\frac{\underline{A} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{D}}} = \sqrt{\underline{Z}_{1p} \cdot \underline{Z}_{1k}}$$

$$\underline{Z}_{C2} = \sqrt{\frac{\underline{D} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{A}}} = \sqrt{\underline{Z}_{2p} \cdot \underline{Z}_{2k}}$$

Співвідношення між характеристичними опорами:

$$\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}} = \frac{\underline{A}}{\underline{D}}; \quad \underline{Z}_{C1} \cdot \underline{Z}_{C2} = \frac{\underline{B}}{\underline{C}}$$

Для симетричного чотиріполюсника  $\underline{A} = \underline{D}$ ,  $\underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{C2} = \underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}}$ . При навантаженні симетричного чотиріполюсника на характеристичний опір, його вхідний опір

$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}} = \underline{Z}_C$$

повторює опір навантаження. Отже характеристичний опір симетричного чотиріполюсника є його повторним опором.

Узгоджений режим несиметричного чотиріполюсника, увімкненого між генератором і споживачем - це режим при  $\underline{Z}_H = \underline{Z}_{C2}$ . Тоді  $\underline{Z}_{1ex} = \underline{Z}_{C1}$  (Рис. 68).

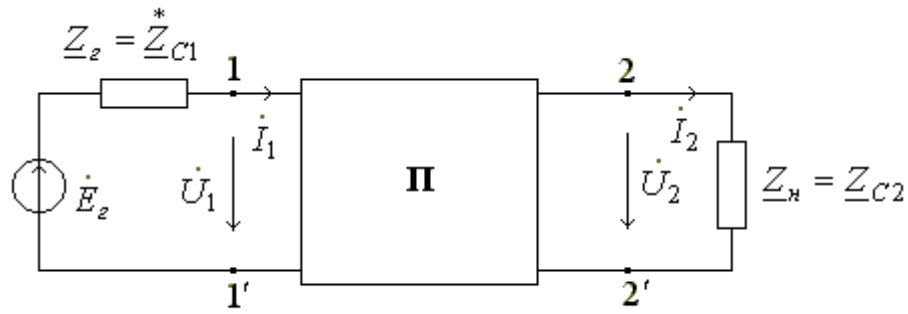


Рис. 68

Якщо виконується умова  $\underline{Z}_z = \underline{Z}_{C1}^*$  то на вхід чотириполюсника надходить максимальна активна потужність від генератора з внутрішнім опором  $\underline{Z}_z$ .

### 32. Стала передачі чотириполюсника.

Залежність між вхідними і вихідними напругами і струмами чотириполюсника при узгодженому навантаженні ( $\underline{Z}_n = \underline{Z}_{C2}$ ;  $\underline{Z}_{\text{вх}} = \underline{Z}_{C1}$ ) визначається за формулами, виведеними на основі рівнянь чотириполюсника:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}} e^{\underline{\gamma}}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1}}} e^{\underline{\gamma}}.$$

де:  $e^{\underline{\gamma}} = \sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}$ ,  $\underline{\gamma}$  - стала передачі (комплексна величина) - характеризує передачу енергії через чотириполюсник в узгодженому режимі.

$$\underline{\gamma} = \ln(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}) = \alpha + j\beta.$$

Дійсна частина  $\alpha$  - коефіцієнт згасання характеризує зміну діючого значення напруги  $U_2$  чи струму  $I_2$  на виході чотириполюсника щодо діючого значення напруги  $U_1$  чи струму  $I_1$  на вході в узгодженому режимі.

Уявна частина  $\beta$  - коефіцієнт фази, дорівнює куту зсуву фаз напруги чи струму на виході чотириполюсника відносно фаз напруги чи струму на його вході.

Згасання вимірюється в логарифмічних одиницях.

1. На основі натуральних логарифмів:

$\alpha = \ln \frac{U_1}{U_2}$ ; якщо  $\alpha = 1$  то  $\frac{U_1}{U_2} = e^\alpha = e^1 = 2.718$ . Тобто, якщо  $U_2$  менше від  $U_1$  в  $e = 2.718$  раз, то згасання дорівнює 1 Непер,  $\alpha = 1(\text{Нп})$

2. На основі десяткових логарифмів:

$\alpha = \lg \frac{P_1}{P_2} = 2 \lg \frac{U_1}{U_2} = 2 \lg \frac{I_1}{I_2}$ ; якщо  $\alpha = 1$ , то  $\frac{P_1}{P_2} = 10$ , або  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{10}$ . Тобто, якщо

потужності входу і виходу чотириполюсника відрізняються в 10 раз, то згасання дорівнює 1 (Бел) = 10(дециБел),  $\alpha = 1(\text{Б}) = 10(\text{дБ})$ .

Співвідношення між одиницями:

$$\alpha(\text{дБ}) = 20 \log \frac{U_1}{U_2} = 20 \frac{\ln \frac{U_1}{U_2}}{\ln 10} = 8.686 \cdot \alpha(\text{Hn}).$$

$$1(\text{Hn}) = 8.69(\text{дБ}); 1(\text{дБ}) = 0.115(\text{Hn}).$$

Характеристичні опори і стала передачі ( $\underline{Z}_{C1}, \underline{Z}_{C2}, \underline{\gamma}$ ) називаються *вторинними* параметрами чотириполюсника.

### Приклад 10.

Визначити вторинні параметри  $\underline{Z}_{C1}, \underline{Z}_{C2}, \underline{\gamma}, \alpha, \beta$  чотириполюсника (див. Приклад 8). В узгодженому режимі чотириполюсника за вторинними параметрами визначити комплекси напруги  $\dot{U}_2$  та струму  $\dot{I}_2$  (на виході чотириполюсника) при нарузі на вході  $\dot{U}_1 = 100(\text{В})$ . Зробити перевірку.

Розв'язок задачі.

За відомими коефіцієнтами чотириполюсника визначаються характеристичні опори і стала передачі.

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\frac{\underline{A} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{D}}} = \sqrt{\frac{2.002e^{j87.61^\circ} \cdot 30.06e^{j70.60^\circ}}{9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ} \cdot 0.971e^{j59.08^\circ}}} = 25.64e^{j5.94^\circ} = 25.5 + j2.65(\text{Ом}),$$

$$\underline{Z}_{C2} = \sqrt{\frac{\underline{D} \cdot \underline{B}}{\underline{C} \cdot \underline{A}}} = \sqrt{\frac{0.971e^{j59.08^\circ} \cdot 30.06e^{j70.60^\circ}}{9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ} \cdot 2.002e^{j87.61^\circ}}} = 12.43e^{j-22.61^\circ} = 11.48 - j4.78(\text{Ом}),$$

$$\begin{aligned} \underline{\gamma} &= \ln(\sqrt{\underline{A} \cdot \underline{D}} + \sqrt{\underline{B} \cdot \underline{C}}) = \ln(\sqrt{2.002e^{j87.61^\circ} \cdot 0.971e^{j59.08^\circ}} + \\ &+ \sqrt{30.06e^{j70.60^\circ} \cdot 9.44 \cdot 10^{-2} e^{j87.27^\circ}}) = \ln(3.07e^{j76.40^\circ}) = \ln 3.07 + \ln(e^{j76.40^\circ}) = \\ &= 1.12 + j76.40^\circ. \quad \alpha = 1.12(\text{Hn}), \quad \beta = 76.40^\circ. \quad e^{\underline{\gamma}} = 3.07e^{j76.40^\circ}. \end{aligned}$$

Для визначення співвідношення між вхідними та вихідними струмами і напругами в узгодженому режимі чотириполюсника приймаємо його П – подібну схему заміщення (див. Приклад 9), навантаживши її характеристичним опором  $\underline{Z}_{C2}$  (Рис. П10).

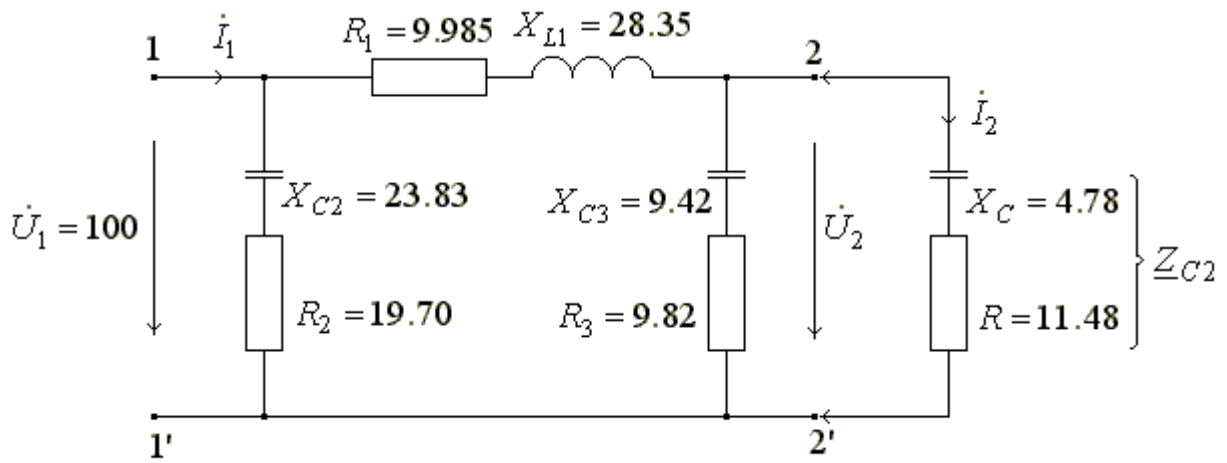


Рис. III 0

Напряга  $\dot{U}_2$  на виході чотириполюсника при заданій вхідній напрузі  $\dot{U}_1$ :

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2}}{\underline{Z}_{C1}}} e^{-\gamma}; \quad e^{-\gamma} = \frac{1}{e^{\gamma}} = \frac{1}{3.07e^{j76.40^\circ}} = 0.326e^{-j76.40^\circ}.$$

$$\dot{U}_2 = 100 \sqrt{\frac{12.43e^{-j22.61^\circ}}{25.64e^{j5.94^\circ}}} \cdot 0.326e^{-j76.40^\circ} = 22.65e^{-j90.68^\circ} \text{ (В)},$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_{C2}} = \frac{22.65e^{-j90.68^\circ}}{12.43e^{-j22.61^\circ}} = 1.82e^{-j68.07^\circ} \text{ (А)}.$$

При узгодженому навантаженні вхідний опір (перевірте) дорівнює характеристичному опорі  $\underline{Z}_{C1}$ , тому вхідний струм :

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_{C1}} = \frac{100}{25.64e^{j5.94^\circ}} = 3.90e^{-j5.94^\circ} \text{ (А)}.$$

Вихідний струм при узгодженому режимі:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}} e^{-\gamma} = 3.90e^{-j5.94^\circ} \sqrt{\frac{25.64e^{j5.94^\circ}}{12.43e^{-j22.61^\circ}}} \cdot 0.326e^{-j76.40^\circ} = 1.826e^{-j68.07^\circ} \text{ (А)}.$$

### 33. Чотириполюсник як узгоджувальний пристрій.

Розглянемо питання про передачу максимальної активної потужності від генератора до навантаження на конкретному прикладі.

#### Приклад 11.

Джерело ЕРС  $\dot{E} = 100 \text{ (В)}$  із внутрішнім активним опором  $R_0 = 1 \text{ (Ом)}$  навантажене на активний опір  $R_n = 9 \text{ (Ом)}$ . Для отримання максимальної потужності у навантаженні, між навантаженням і джерелом увімкнути узгоджувальну ланку - симетричний 4-полюсник (Рис. III.1).

*Визначити:* параметри узгоджувального 4-полюсника, порівняти потужність у навантаженні без узгоджувальної ланки і при її наявності.

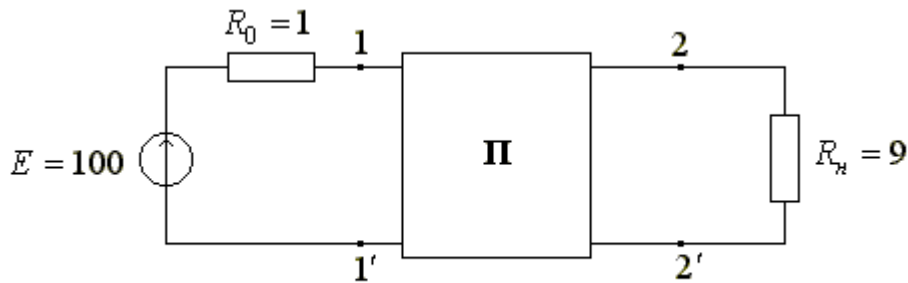


Рис. III.1.1

План розв'язання задачі.

Максимальна потужність у навантаженні виділяється за умови  $R_0 = R_{1ex}$ , де  $R_{1ex}$  - вхідний опір узгоджувального 4-полюсника з опором навантаження, ввімкненим на його виході, а  $X_{1ex} = 0$ .

Розв'язок задачі.

Елементи узгоджувального симетричного чотириполіусника повинні бути реактивними, щоб не було втрат активної потужності.

Орієнтуємось на Т (або П) подібну структуру чотириполіусника (Рис. III.2).

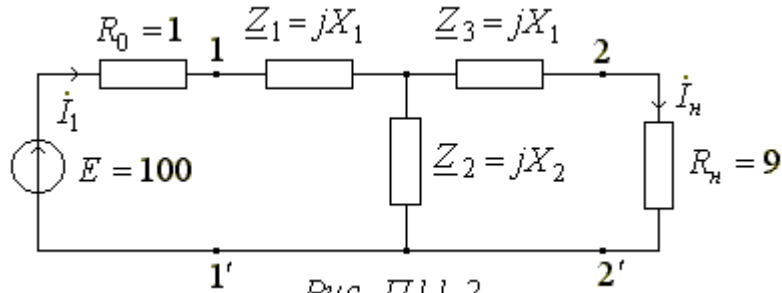


Рис. III.2

Запишемо вираз для вхідного опору з боку вхідних полюсів (1, 1') і виділимо дійсну (активну) та уявну (реактивну) складові, для чого чисельник і знаменник дробу домножимо на спряжений комплекс знаменника.

$$\begin{aligned} Z_{1ex} &= jX_1 + \frac{jX_2(jX_1 + R_n)}{jX_2 + jX_1 + R_n} = jX_1 + \frac{jX_2(jX_1 + R_n)(R_n - j(X_1 + X_2))}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} = \\ &= \frac{-X_2X_1R_n + X_2R_n(X_1 + X_2)}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} + j \left[ X_1 + \frac{X_2R_n^2 + X_1X_2(X_1 + X_2)}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} \right] = R_{1ex} + jX_{1ex}; \end{aligned}$$

або:

$$R_{1ex} = \frac{-X_2X_1R_n + X_2R_n(X_1 + X_2)}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} = R_0 \quad (1)$$

$$X_{1ex} = X_1 + \frac{X_2R_n^2 + X_1X_2(X_1 + X_2)}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} = 0 \quad (2)$$

Аналізуючи рівняння (1) та (2) робимо висновок, що реактивний опір  $X_{1ex} = 0$  можливий тільки за умови  $X_1 + X_2 = 0$ , або  $X_1 = -X_2$ . Враховуючи це, підставляємо дані в рівняння (1) і знаходимо  $X_1$  і  $X_2$ :



$$R_{\text{лвх}} = \frac{-X_2 X_1 R_n + X_2 R_n (X_1 + X_2)}{R_n^2 + (X_1 + X_2)^2} = R_0; \quad \frac{X_1^2 R_n}{R_n^2} = R_0; \quad \frac{X_1^2}{R_n} = R_0;$$

$$\frac{X_1^2}{9} = 1; \quad X_1 = \sqrt{9} = \pm 3(\text{Ом}); \quad X_2 = \mp 3(\text{Ом}).$$

Опори узгоджувального 4-полюсника реактивні, однакові за величиною і різні за характером. Можна застосувати 4-полюсник двох модифікацій (Рис. 11.3а, б).

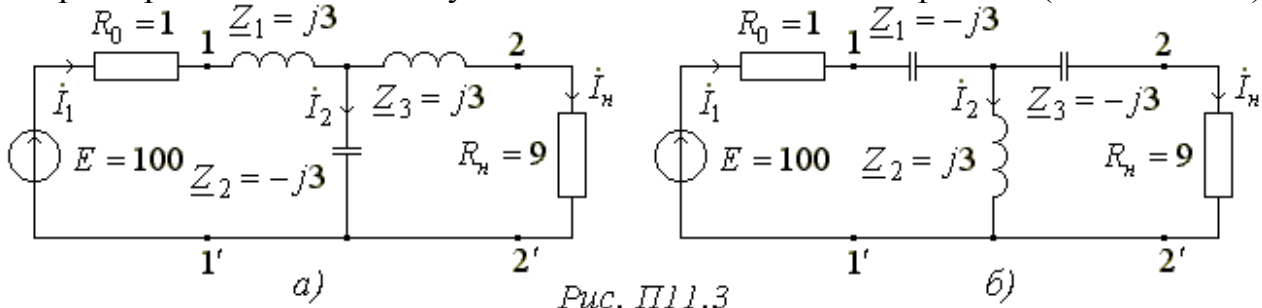


Рис. 11.3

Потужність навантаження  $P_n$  без узгоджувального 4-полюсника:

$$I_n = \frac{U}{R_0 + R_n} = \frac{100}{1 + 9} = 10(\text{А}); \quad P_n = I_n^2 R_n = 10^2 \cdot 9 = 900(\text{Вт}). \quad \underline{P_n = 900(\text{Вт})}.$$

Потужність навантаження  $P_{\text{ну}}$  з узгоджувальним 4-полюсником (Рис. 11.2,а):

$$\underline{Z_e} = R_0 + \underline{Z_1} + \frac{\underline{Z_2}(\underline{Z_3} + R_n)}{\underline{Z_2} + \underline{Z_3} + R_n} = 1 + j3 + \frac{3e^{j-90^\circ}(j3 + 9)}{-j3 + j3 + 9} = 1 + j3 + \frac{3e^{j-90^\circ} 9.49e^{j18.43^\circ}}{9} =$$

$$= 1 + j3 + 3.16e^{j-71.57^\circ} = 1 + j3 + 1 - j3 = 2(\text{Ом}). \quad \underline{Z_e = 2(\text{Ом})}.$$

$$\dot{I}_1 = \frac{E}{Z_e} = \frac{100}{2} = 50(\text{А}); \quad \dot{I}_n = \dot{I}_1 \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_2} + \underline{Z_3} + R_n} = 50 \frac{3e^{j-90^\circ}}{9} = 16.67e^{j-90^\circ}(\text{А})$$

$$P_{\text{ну}} = I_n^2 R_n = 16.67^2 \cdot 9 = 2500(\text{Вт}). \quad \underline{P_{\text{ну}} = 2500(\text{Вт})}.$$

Потужність навантаження з узгоджувальним 4-полюсником збільшилась у

$$n = \frac{P_{\text{ну}}}{P_n} = \frac{2500}{900} = 2.78 \text{ раз.}$$

Самостійно перевірте схему Рис. 11.3,б.

### 34. Використання вторинних параметрів для запису рівнянь чотириполісника.

Рівняння несиметричного чотириполісника, записані через вторинні параметри:

$$\dot{U}_1 = \underbrace{A}_{\underline{A}} \dot{U}_2 + \underbrace{B}_{\underline{B}} \dot{I}_2 = \dot{U}_2 \cosh \gamma \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}} + \dot{I}_2 \sinh \gamma \sqrt{\underline{Z}_{C1} \cdot \underline{Z}_{C2}};$$

$$\dot{I}_1 = \underbrace{C}_{\underline{C}} \dot{U}_2 + \underbrace{D}_{\underline{D}} \dot{I}_2 = \dot{U}_2 \frac{\sinh \gamma}{\sqrt{\underline{Z}_{C1} \cdot \underline{Z}_{C2}}} + \dot{I}_2 \frac{\cosh \gamma}{\sqrt{\frac{\underline{Z}_{C1}}{\underline{Z}_{C2}}}}.$$

Рівняння симетричного чотириполюсника, записані через вторинні параметри ( $\underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{C2} = \underline{Z}$ ).

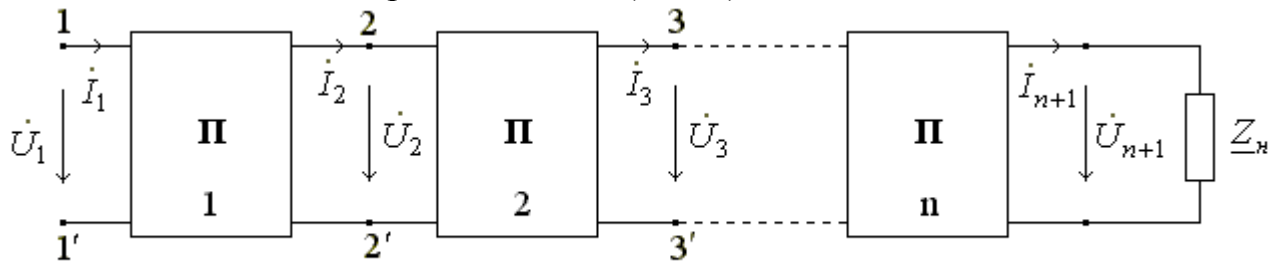
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \gamma + \dot{I}_2 \underline{Z}_C \sinh \gamma;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \frac{1}{\underline{Z}_C} \sinh \gamma + \dot{I}_2 \cosh \gamma.$$

При узгодженому навантаженні ( $\underline{Z}_C = \underline{Z}_2$ ):  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^{\gamma}$ ;  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 e^{\gamma}$ .

### 35. Каскадне з'єднання чотириполюсників (ланцюгова схема).

Каскадне з'єднання чотириполюсників (ланок) показана на *Рис. 69*.



*Рис. 69*

При такому з'єднанні вихідні напруги і струми попереднього чотириполюсника є вхідними наступного. Якщо всі  $n$  чотириполюсників однакові (вторинні параметри кожного  $\underline{Z}_C$  і  $\gamma_1$ ) і симетричні, то  $\underline{Z}_C$  є характеристичним опором для всієї ланцюгової схеми. Стала передачі схеми:

$$\underline{\gamma} = n\gamma_1 = n\alpha_1 + j\beta_1 = \alpha + j\beta.$$

Рівняння еквівалентного чотириполюсника, який замінює всю ланцюгову схему, записується так:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{n+1} \cosh(n\gamma_1) + \dot{I}_{n+1} \underline{Z}_C \sinh(n\gamma_1);$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_{n+1} \frac{1}{\underline{Z}_C} \sinh(n\gamma_1) + \dot{I}_{n+1} \cosh(n\gamma_1).$$

Якщо  $\underline{Z}_n = \underline{Z}_C$ , то кожна з ланок каскадного з'єднання функціонує в узгодженому режимі.

Для спрощення запишемо рівняння 4-полюсника у матричній формі:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}\dot{U}_2 + \underline{B}\dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}\dot{U}_2 + \underline{D}\dot{I}_2; \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

Рівняння для двох касадно з'єднаних 4-полюсників (Рис 70):

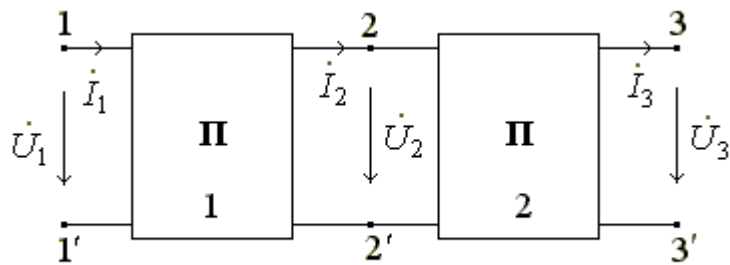


Рис.70

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \underline{A}_1 \dot{U}_2 + \underline{B}_1 \dot{I}_2; \\ \dot{I}_1 &= \underline{C}_1 \dot{U}_2 + \underline{D}_1 \dot{I}_2; \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}_1] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix};$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= \underline{A}_2 \dot{U}_3 + \underline{B}_2 \dot{I}_3; \\ \dot{I}_2 &= \underline{C}_2 \dot{U}_3 + \underline{D}_2 \dot{I}_3; \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = [\underline{A}_2] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix};$$

У рівняння першого 4-полюсника підставляємо рівняння другого.

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}_1] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = [\underline{A}_1] \cdot [\underline{A}_2] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = [\underline{A}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix}.$$

Одержали рівняння еквівалентного 4-полюсника (Рис. 71) де  $[\underline{A}]$  матриця коефіцієнтів еквівалентного 4-полюсника:

$$[\underline{A}] = [\underline{A}_1] \cdot [\underline{A}_2]$$

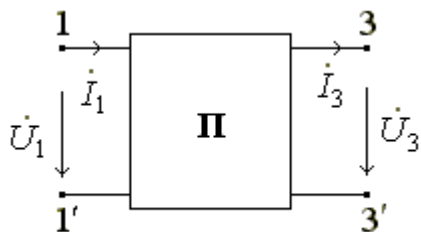


Рис. 71

**Висновок.** Матриця коефіцієнтів еквівалентного 4-полюсника дорівнює добутку матриць касадно з'єднаних 4-полюсників

Розбиваючи складний чотириполюсник на окремі касадно з'єднані ланки більш простої структури і знаходячи А-коефіцієнти цих ланок, легко знаходимо А-коефіцієнти складного чотириполюсника.

Розглянемо, наприклад, чотириполюсник на Рис. 72, який утворений касадним з'єднанням простих одноелементних ланок, показаних на Рис. 73 і 74.

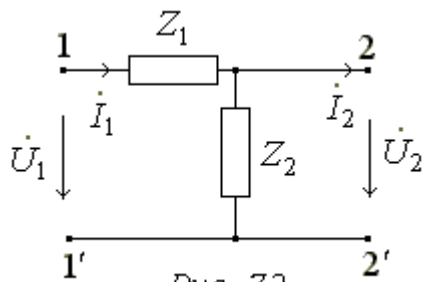
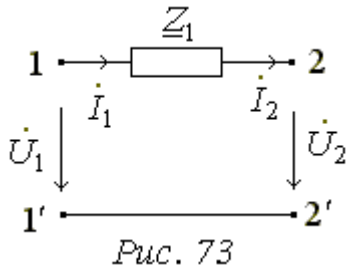


Рис. 72

Коефіцієнти одноелементних ланок визначаються із дослідів розриву (Р) та короткого замикання (К.З.)



коефіцієнтів

Р.                      К.З.

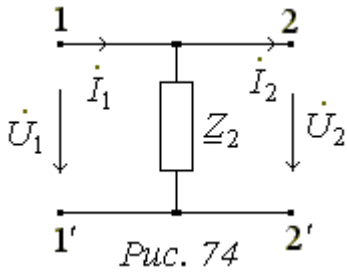
$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1; \quad \underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \underline{Z}_1;$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = 0; \quad \underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1;$$

Матриця

4-ка (Рис. 73).

$$[A_1] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Р.                      К.З.

$$\underline{A} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1; \quad \underline{B} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = 0;$$

$$\underline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{D} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = 1;$$

Матриця коефіцієнтів

4-ка (Рис. 74).

$$[A_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix}$$

Матриця коефіцієнтів еквівалентного 4-полюсника (Рис. 72) :  $[A] = [A_1] \cdot [A_2]$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} & \underline{Z}_1 \\ \frac{1}{\underline{Z}_2} & 1 \end{bmatrix}$$

Перевірка правильності знайдених коефіцієнтів:

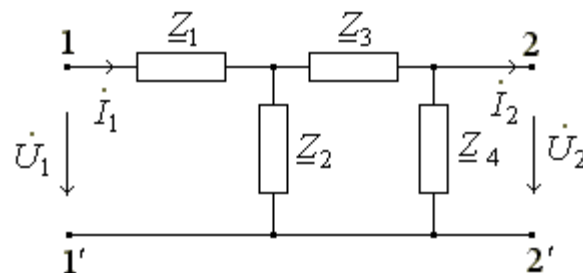
$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \cdot 1 - \underline{Z}_1 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_2} = 1$$

Рівняння еквівалентного 4-полюсника:

$$\dot{U}_1 = \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}\right) \dot{U}_2 + \underline{Z}_1 \dot{I}_2;$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_2} \dot{U}_2 + \dot{I}_2;$$

Очевидно матриця коефіцієнтів 4-полюсника (Рис. 75)



буде така:

$$[A] = [A_1] \cdot [A_2] \cdot [A_3] \cdot [A_4] = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Z}_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Z}_4 & 1 \end{bmatrix}$$

Перемноживши матриці коефіцієнтів простих ланок, одержимо матрицю коефіцієнтів складного чотириполюсника:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 \underline{Z}_4} & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \\ \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4}{\underline{Z}_2 \underline{Z}_4} & 1 + \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{bmatrix}$$

Самостійно перевірте правильність знайдених коефіцієнтів.

## Зміст

27. Чотириполюсник.....	56
28. Основні рівняння пасивних чотириполюсників.....	56
29. Визначення коефіцієнтів чотириполюсника.....	58
Приклад 8.....	59
30. Еквівалентні схеми чотириполюсників.....	63
Приклад 9.....	65
31. Характеристичні опори чотириполюсника.....	66
32. Стала передачі чотириполюсника.....	67
Приклад 10.....	68
33. Чотириполюсник як узгоджувальний пристрій.....	70
Приклад 11.....	70
34. Використання вторинних параметрів для запису рівнянь.....	72
35. Каскадне з'єднання чотириполюсників.....	72